

Graad 11 – Boek B

(CAPS Uitgawe)

INHOUD:

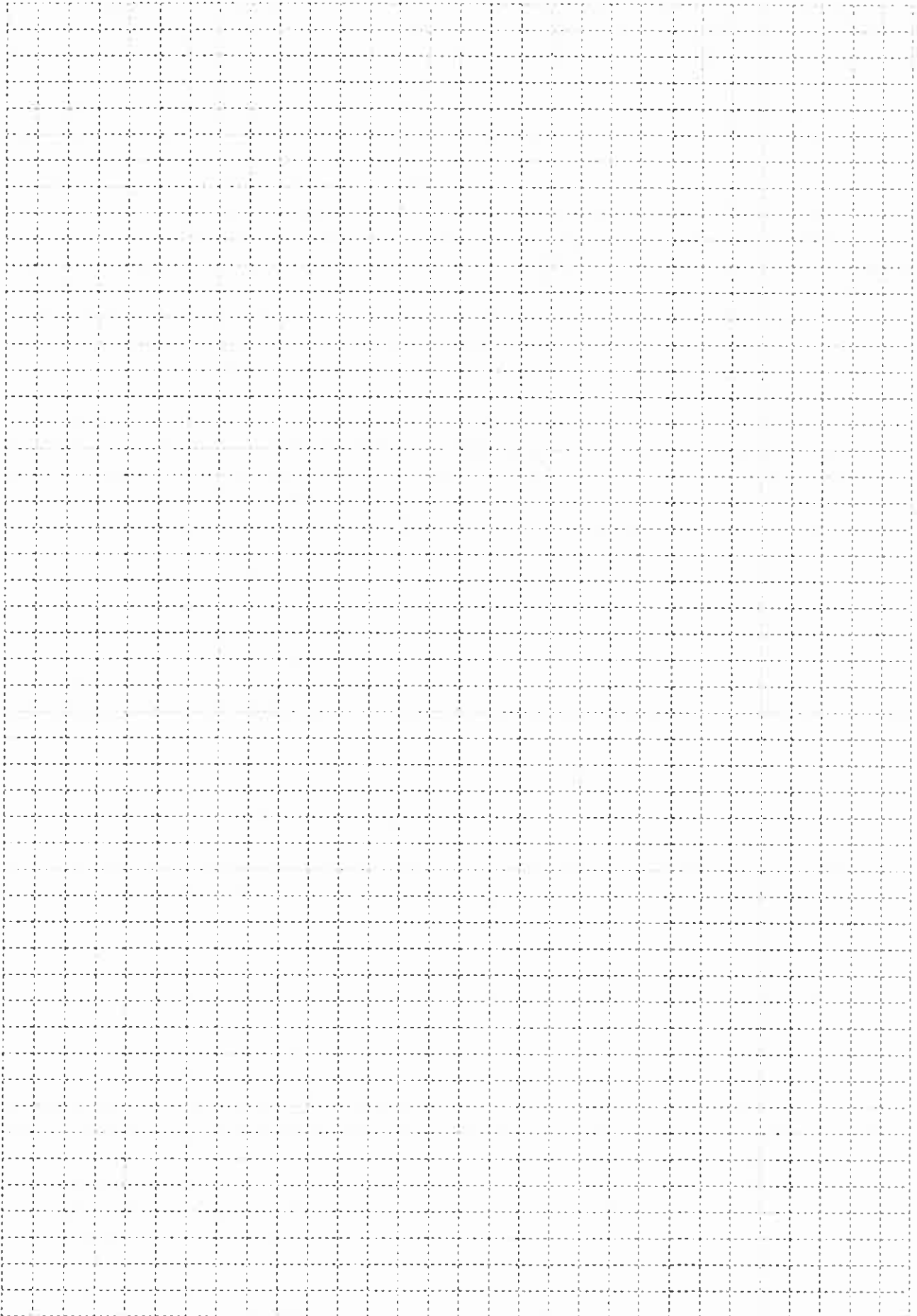
	<u>Bladsy:</u>
B1. Funksies	3
B2. Finansiële Wiskunde	77

Hierdie boek is opgestel en verwerk deur E.J. Du Toit in 2008.
Hersiene CAPS uitgawe 2012.

Kontak nommer: 086 618 3709 (Faks!)

Kopiereg© 2008. Alle kopiereg word voorbehou. Geen deel van hierdie publikasie mag in enige vorm gereproduseer word nie; tensy skriftelike toestemming daarvoor verkry is.

ISBN 978-1-919957-65-4



Hoofstuk B1

Funksies

B1.1 Lineêre funksie:

Hersiening!

Standaardvorm: $y = mx + c$ met $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ as die gradiënt en c as die y -afsnit.

Oefening 1:

Datum: _____

(1) Skets die volgende pare reguitlyne telkens op dieselfde assestelsel en bepaal die gemeenskaplike snypunt vir elk:

(a) $x - y + 1 = 0$ en $x + y = 3$

(b) $2y + 1 = x$ en $x + y = 1$

(c) $2x + 3 = y$ en $2y - 4x + 6 = 0$

(d) $4x + 2y = -3$ en $2y + 15 = 3x$

(2) Bepaal die vergelyking van die reguitlyn:

(a) deur die punte $(1 ; 3)$ en $(2 ; -1)$

(b) deur die punt $(4 ; 0)$ en ewewydig aan $3y + 6x - 2 = 0$

(c) deur die punte (3 ; -7) en (3 ; 4)

(d) deur die punt (0 ; 2) met 'n inklinasie van 135°

(3) Die punte (3 ; 5), (0 ; 4) en (-1 ; m) is kollineêr. Bepaal die waarde van m.

(4) $3x - 2y = 3$ en $px + 1 = 2y$ is loodreg op mekaar. Bereken p.

B1.2 Kwadratiese funksie (parabool):

B1.2.1 Skets van die parabool:

B1.2.1.1 Standaardvorm 1:

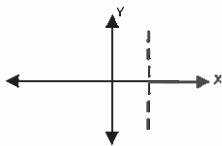
$$y = ax^2 + bx + c$$

Invloed van a: [Vorm!]

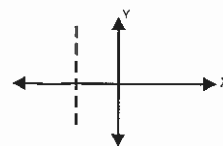
As $a > 0$:  en as $a < 0$: 

Invloed van b: [Simmetrie-as!]

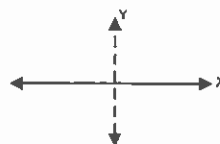
As $\text{simm-as } (x) = \frac{-b}{2a} > 0$ dan is:



As $\text{simm-as } (x) = \frac{-b}{2a} < 0$ dan is:

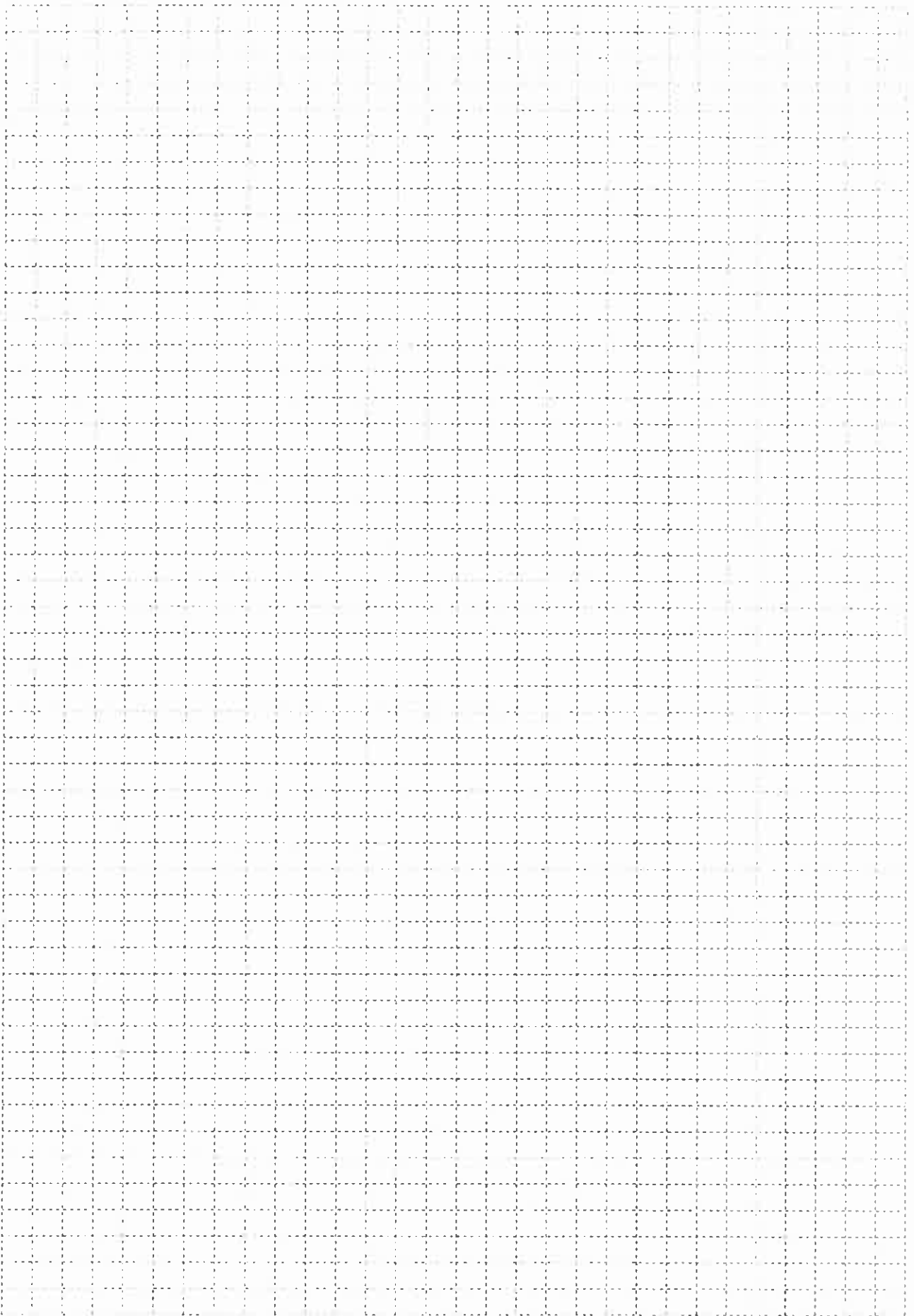


As $\text{simm-as } (x) = \frac{-b}{2a} = 0$ dan is:




Invloed van c: [y-afsnit!]

c verteenwoordig, net soos by die reguitlyn, die y-afsnit van die parabool.



Vb. 1 Skets die volgende: $2y = -2x^2 + 4x + 16$

Stap 1 [Skryf vergelyking in standaardvorm]: $y = -x^2 + 2x + 8$

Stap 2 [Interpreteer die vorm]: $a < 0 \therefore$ 

Stap 3 [Bepaal die y-afsnit]: $c = 8$ of stel $x = 0 \therefore$ y-afsnit: $(0 ; 8)$

Stap 4 [Bepaal die x-afsnit(te)]: Daar kan twee, een of geen x-afsnit(te) wees.

$$\text{Stel } y = 0 \rightarrow 0 = -x^2 + 2x + 8$$

$$0 = x^2 - 2x - 8$$

$$0 = (x - 4)(x + 2)$$

$$\therefore x = 4 \text{ of } x = -2$$

$$\therefore \text{x-afsnitte: } (4 ; 0) \text{ en } (-2 ; 0)$$

NS: Indien daar nie faktore is nie, maak gebruik van die formule!

Stap 5 [Bepaal die vergelyking van die simmetrie-as]: Formule $\rightarrow x = \frac{-b}{2a}$

Uit standaardvorm is $a = -1$ en $b = 2 \rightarrow$

$$x = \frac{-(-2)}{2(-1)}$$

$$x = \frac{-2}{-2} = 1$$

of die simm-as is presies tussen die twee x-afsnitte: $\therefore \text{ simm-as} = \frac{4 + (-2)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Stap 6 [Bepaal die draaipunt se koördinate]:

Vervang $x = 1$ (simm-as) in vgl van stap 1

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 8$$

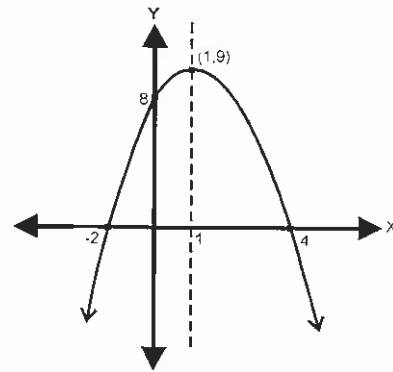
$$\therefore y = -(1)^2 + 2(1) + 8$$

$$\therefore y = -1 + 2 + 8 = 9$$

$$\therefore \text{DP} = (1 ; 9)$$

Stap 7 [Skets die funksie se kromme]:

Toon x-en y-afsnitte en draaipunt duidelik aan.



Afleidings:

Maks waarde van 9

Def vers: $x \in \mathbb{R}$

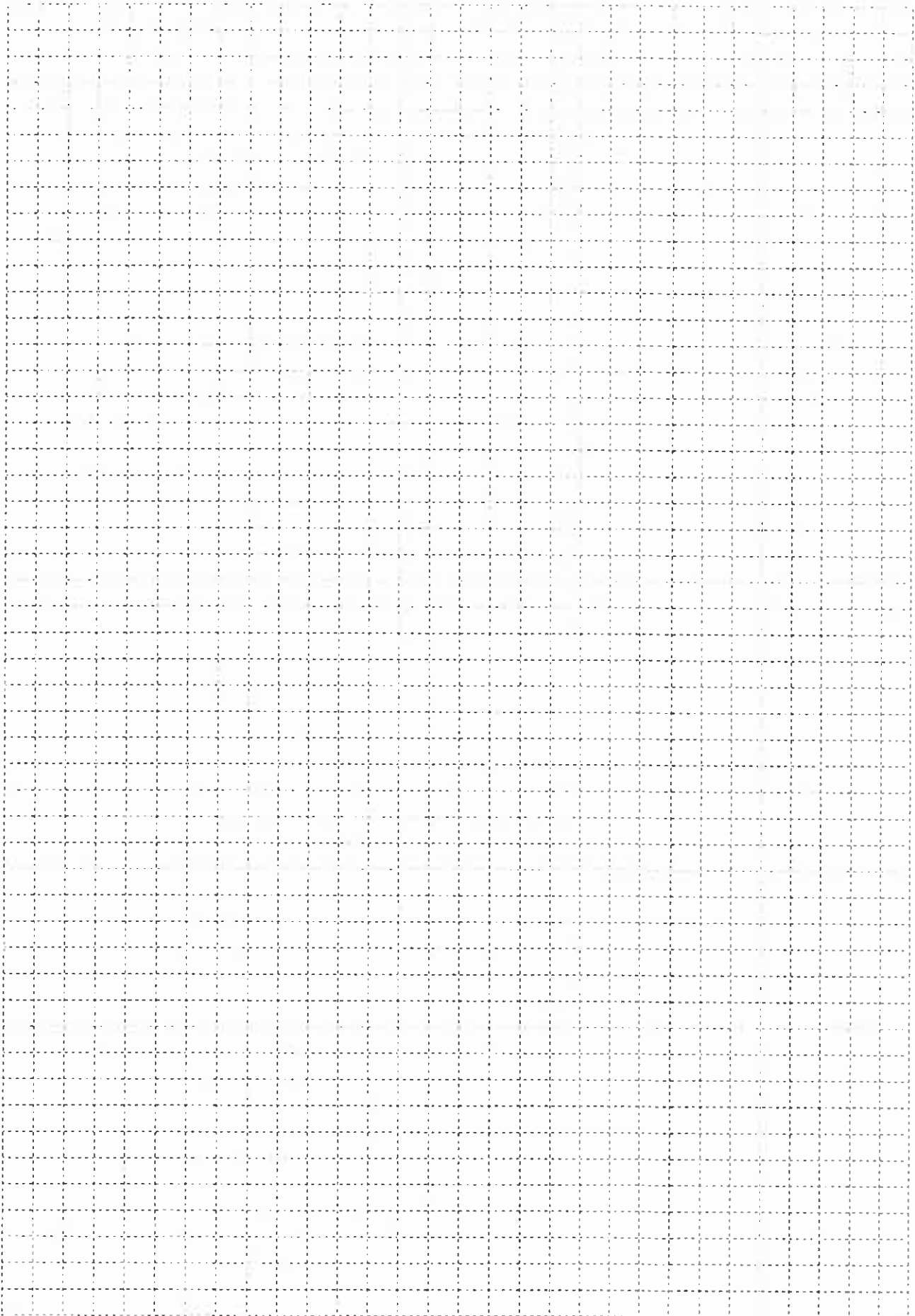
Waarde vers: $y \leq 9$

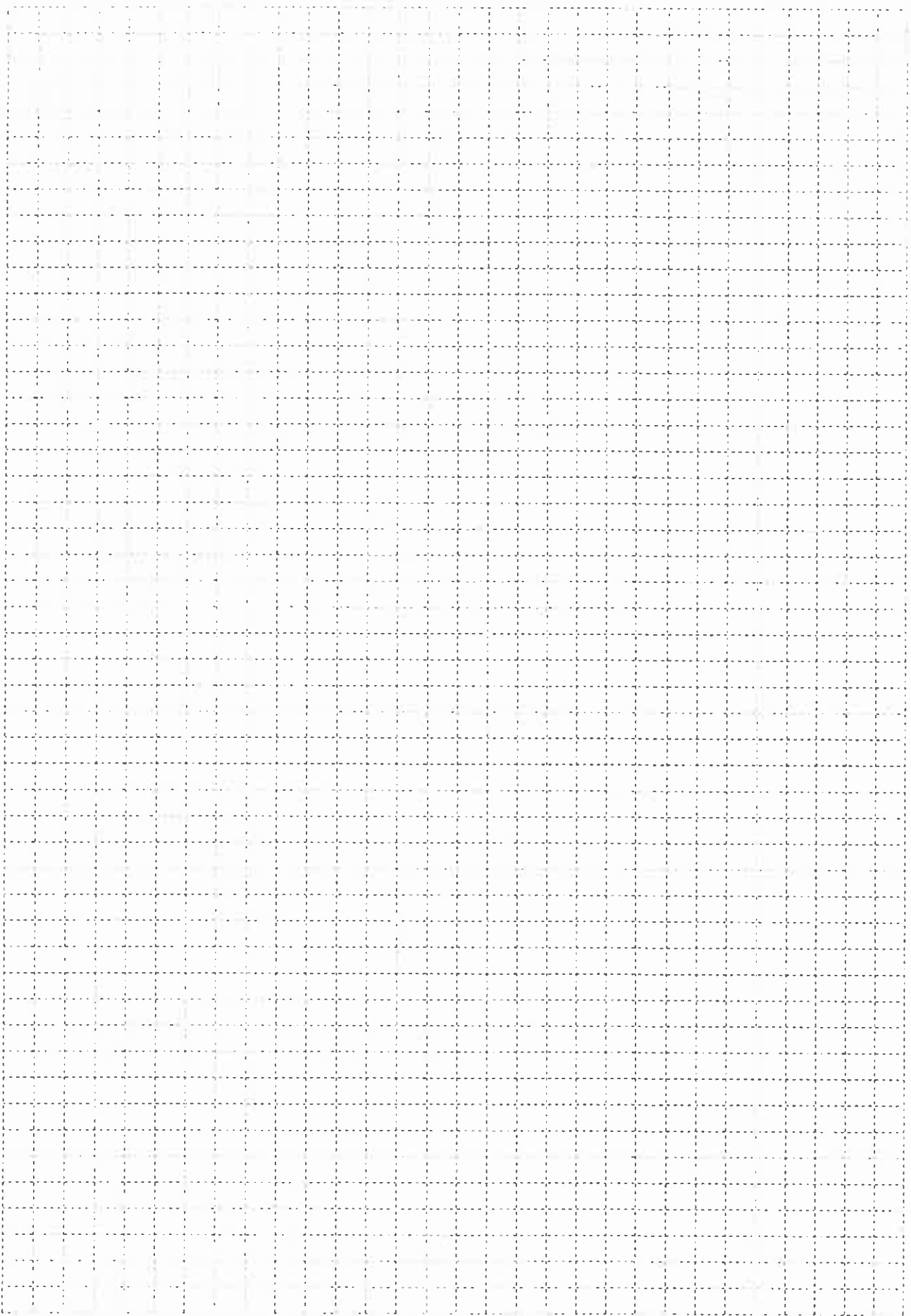
Oefening 2:

Datum: _____

(1) Skets die volgende funksies op verskillende assestelsels: (Skets links!)

(a) $y = x^2 + 8x + 12$





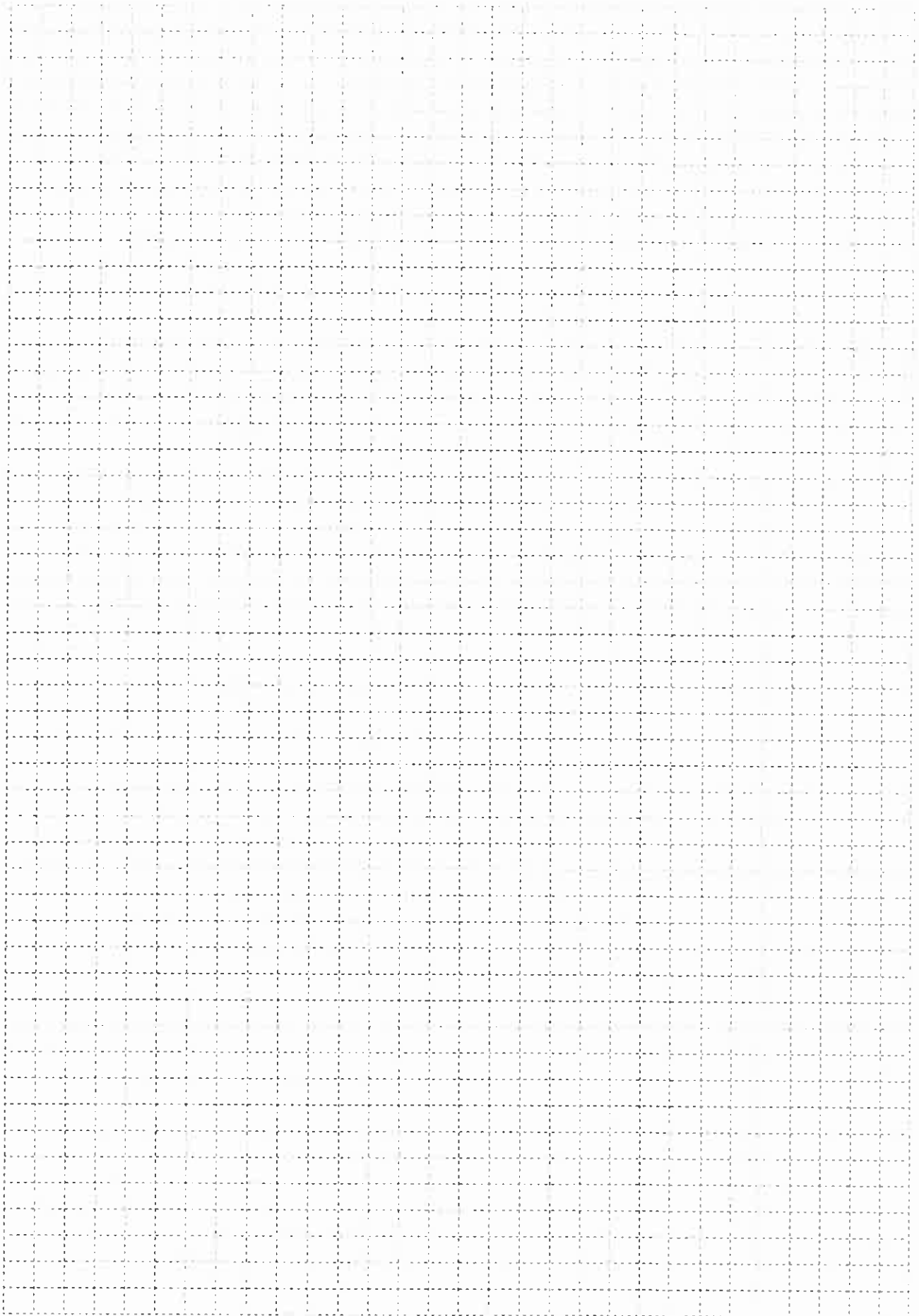
(2) Beskou: $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

(a) Skets f . Toon alle berekeninge.

(b) Skets op dieselfde assestelsel as in (a): $g: x \rightarrow -3x + 3$. Toon alle berekeninge.

(c) Bepaal die volgende: (i) g se definisieversameling.
(ii) f se waardeversameling.
(iii) Vergelyking van f se simmetrie-as.
(iv) Die koördinate waar $f \cap g$.

(3) (a) Skets die volgende op dieselfde assestelsel: $p(x) = x^2 - 2x$ en $q(x) = 4 - x^2$



(b) Bepaal die volgende aan die hand van die grafieke in (a):

(i) Definisieversameling van p.

(iii) Min/Maks waarde van q.



(ii) Waardeversameling van q.

(iv) x as $p(x) = q(x)$.

B1.2.1.2 Standaardvorm 2:

$$y = a(x - p)^2 + q$$

Invloed van a: [Vorm!]

As $a > 0$:  en as $a < 0$: 


Invloed van p: [Simmetrie-as!]

Simmetrie-as se vergelyking: $x = p$

Invloed van q: [Min/Maks!]

q verteenwoordig die y-koördinaat van die draaipunt. $\therefore DP = (p ; q)$

Vb. 2 Skets die volgende: $y = (x - 1)^2 - 4$

Stap 1 [Interpreteer die vorm]: $a > 0$ \therefore 

Stap 2 [Bepaal die draaipunt se koördinate]: $DP = (p ; q) = (1 ; -4)$

Stap 3 [Bepaal x-afsnit(te)]: Stel $y = 0$

$$\therefore 0 = (x - 1)^2 - 4 \quad \text{of}$$

$$4 = (x - 1)^2$$

$$\pm\sqrt{4} = x - 1$$

$$\pm 2 = x - 1$$

$$\therefore x = +2 + 1 \quad \text{of} \quad x = -2 + 1$$

$$x = 3 \quad x = -1$$

$$0 = (x - 1)^2 - 4$$

$$0 = x^2 - 2x + 1 - 4$$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = (x - 3)(x + 1)$$

$$x = 3 \quad \text{of} \quad x = -1$$

\therefore x-afsnitte: $(3 ; 0)$ en $(-1 ; 0)$

Stap 4 [Bepaal y-afsnit]: Stel $x = 0$

$$\therefore y = (0 - 1)^2 - 4$$

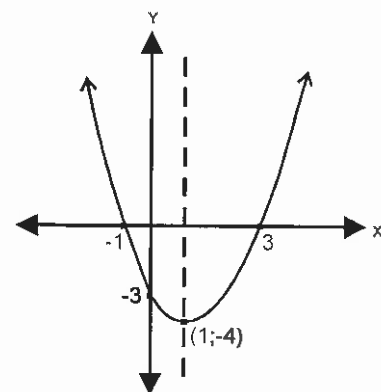
$$\therefore y = (-1)^2 - 4$$

$$\therefore y = 1 - 4$$

$$\therefore y = -3$$

$$\therefore y\text{-afsnit: } (0 ; -3)$$

Stap 5 [Teken grafiek!]

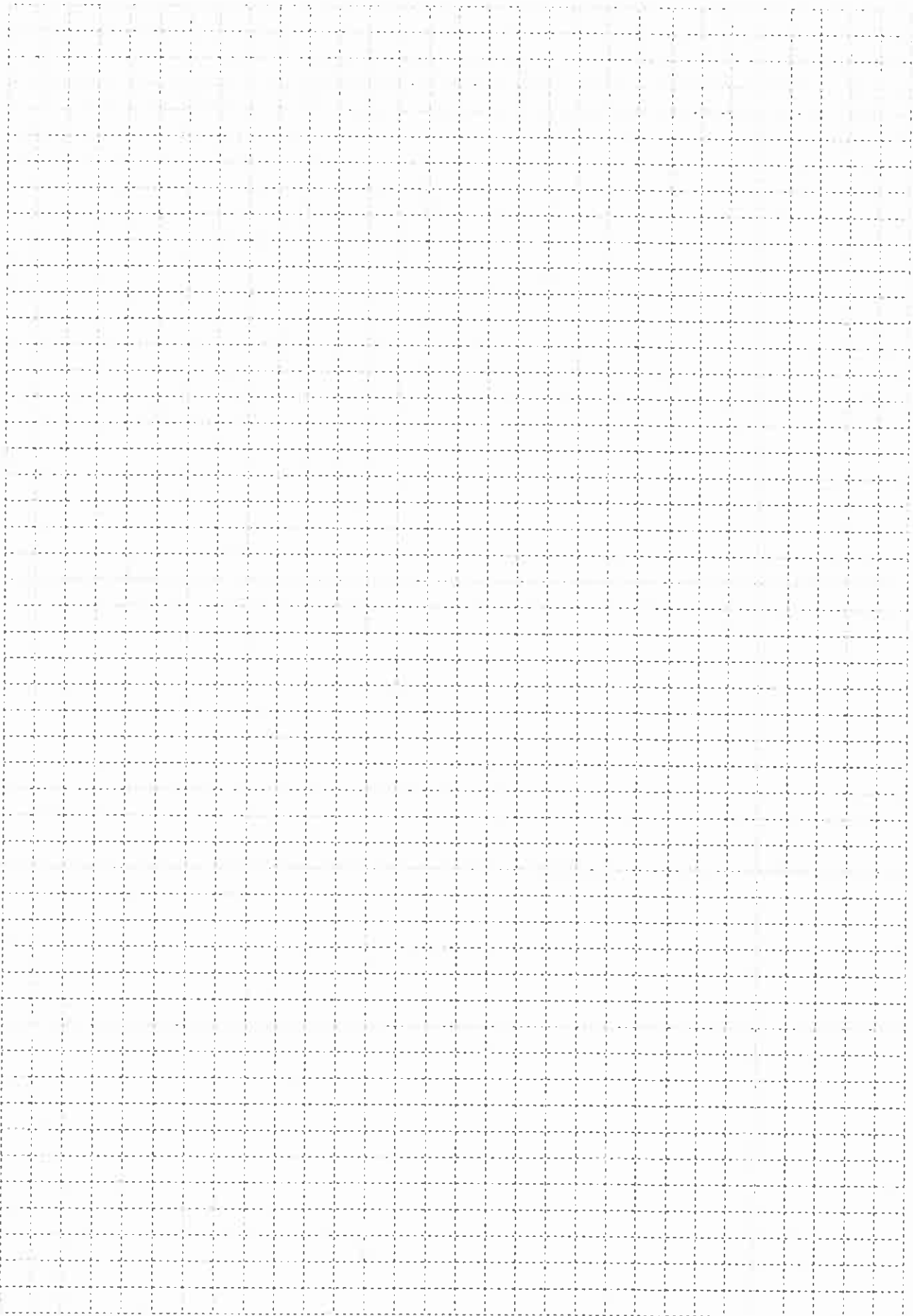


Afleidings:

Min waarde van -4

Def vers: $x \in \mathbb{R}$

Waarde vers: $y \geq -4$



Oefening 3:

Datum: _____

(1) Skets die volgende funksies op verskillende assestelsels: (Skets links!)

(a) $y = 2(x + 1)^2 - 8$

(b) $y = -(x + 2)^2 + 1$

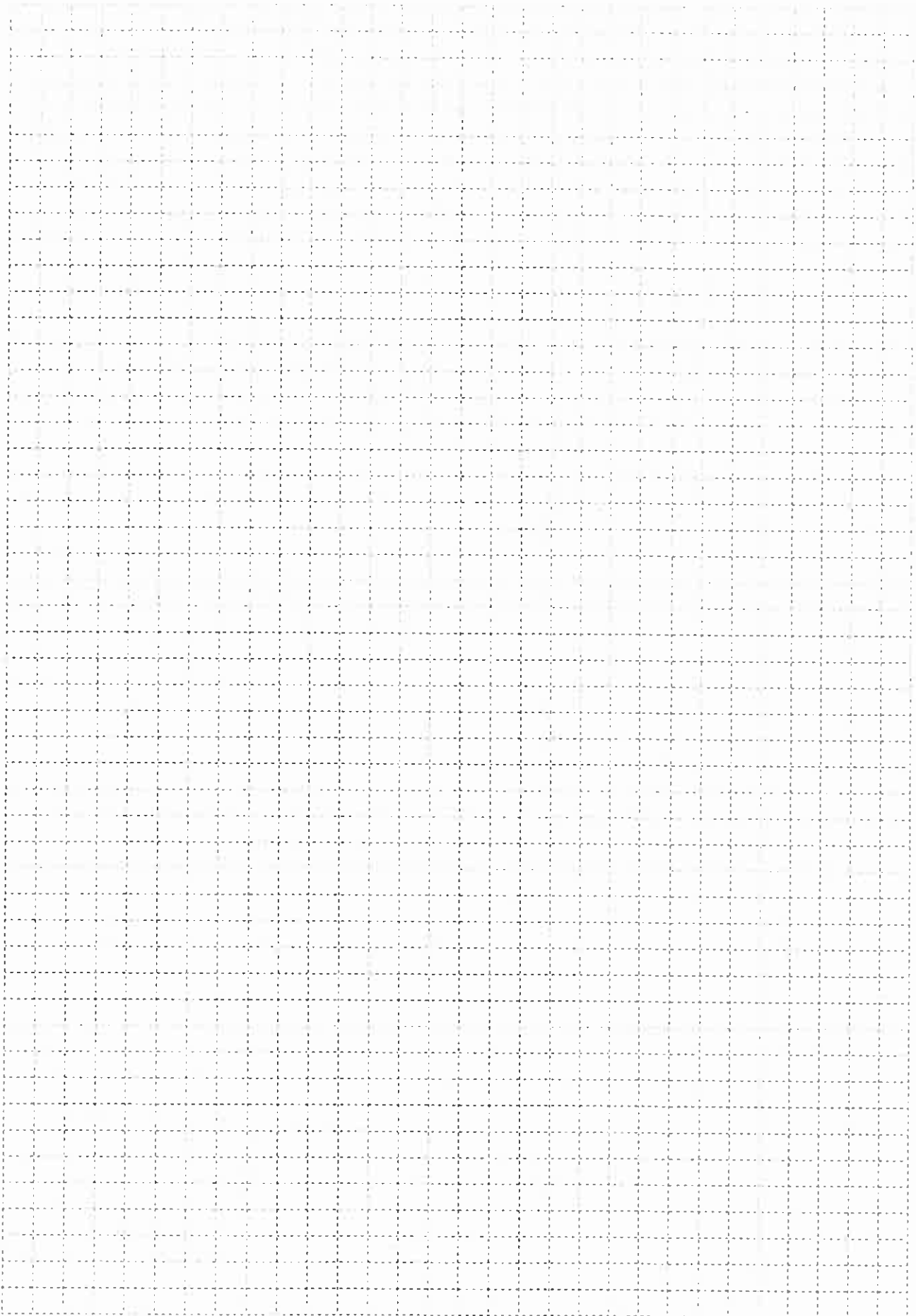
(c) $y = -3(x + 3)^2$

(d) $y = (x - 2)^2 + 2$

(2) Beskou: $h(x) \rightarrow -(x + 1)^2 - 3$

(a) Skets h. Toon alle berekeninge.

(b) Skets $p(x) = -x^2 - 3$ op dieselfde assestelsel as (a).



- (c) Beskryf die transformasie van h na p soos in die grafiek van (a) en (b). Watter invloed het sodanige transformasie op die vergelykings van h na p:
-
-


- (d) Bepaal die vergelyking van die reguitlyn deur die draaipunte van die twee parabole:
-

- (e) Skryf die waardeversamelings van h en p neer:
-

B1.2.1.3 Standaardvorm 3:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$


Invloed van a: [Vorm!]

As $a > 0$:  en as $a < 0$: 

Invloed van x_1 en x_2 : [x-afsnitte!]

Parabool sny x-as by x_1 en x_2 .

Vb. 3 Skets die volgende: $y = 2(x - 3)(x + 1)$

Stap 1 [Interpreteer die vorm]: $a > 0$ \therefore 

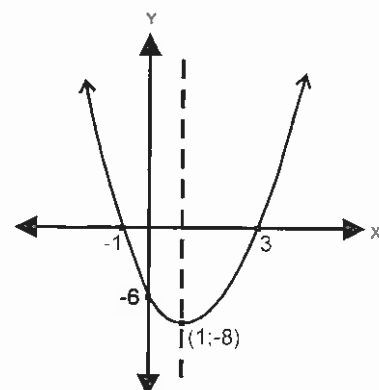
Stap 2 [Bepaal die x-afsnitte]: $x_1 = 3$ en $x_2 = -1$
 \therefore x-afsnitte: $(3; 0)$ en $(-1; 0)$

Stap 3 [Bepaal die vergelyking van die simmetrie-as]: $\text{simmetrie-as} = \frac{x_1 + x_2}{2}$
 $x = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$

Stap 3 [Bepaal die draaipunt se koördinate]:
Vervang $x = 1$ (simmetrie-as) in vergelyking $\therefore y = 2(1 - 3)(1 + 1)$
 $\therefore y = 2(-2)(2) = -8$
 $\therefore \text{DP} = (1; -8)$

Stap 4 [Bepaal y-afsnit]: Stel $x = 0$
 $\therefore y = 2(0 - 3)(0 + 1)$
 $\therefore y = 2(-3)(1)$
 $\therefore y = -6$
 \therefore y-afsnit: $(0; -6)$

Stap 5 [Teken grafiek!]

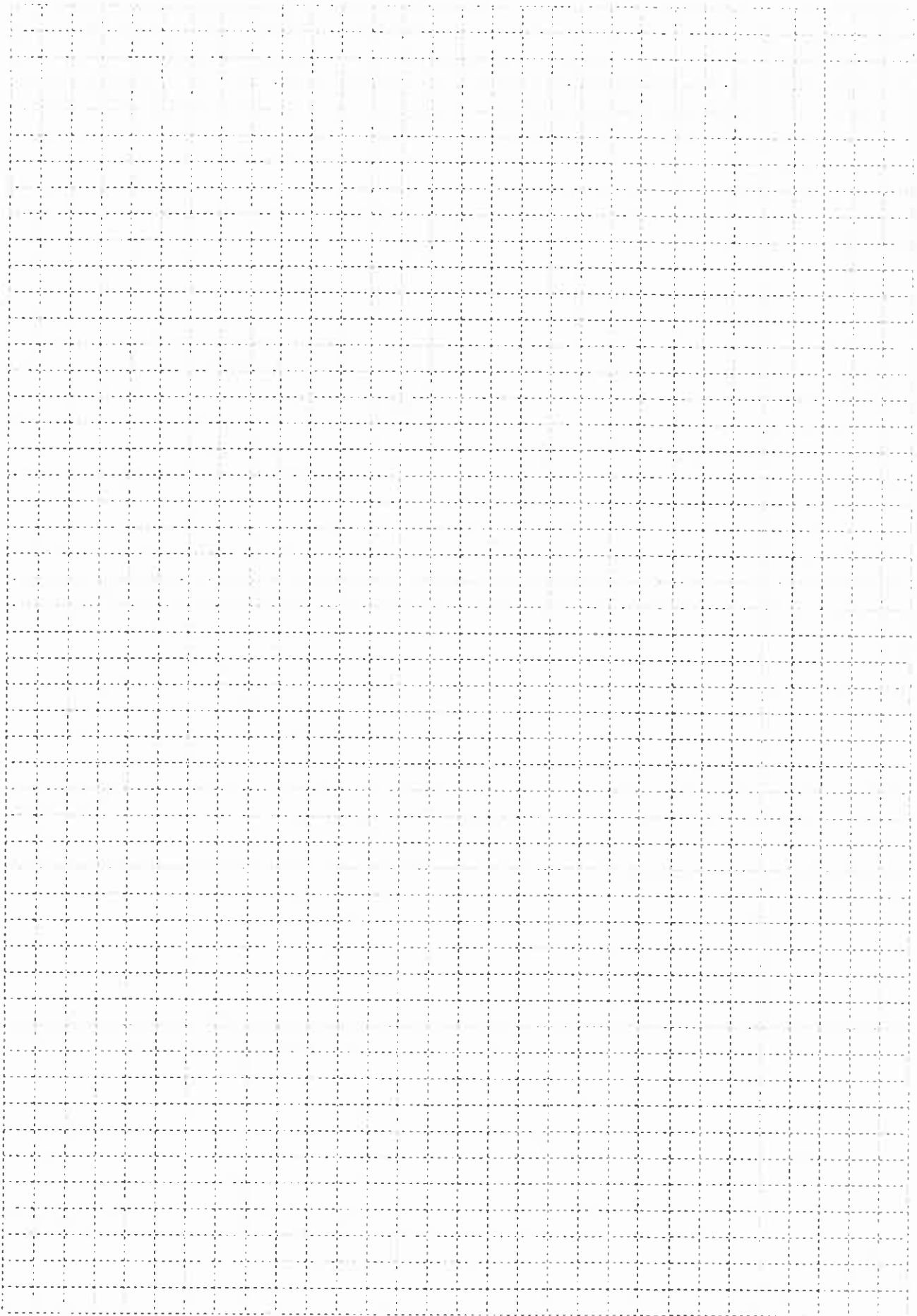


Afleidings:

Min waarde van -8

Def vers: $x \in \mathbb{R}$

Waarde vers: $y \geq -8$



Oefening 4:

Datum: _____

(1) Skets die volgende funksies op verskillende assestelsels: (Skets links!)

(a) $y = -3(x + 1)(x - 1)$

(b) $y = (x + 2)(x - 3)$

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

(2) Beskou die volgende: $f(x) = 2(x - 1)(x + 2)$ en $g(x) = 2x^2 - 2x - 4$ (a) Skets f en g op dieselfde assestelsel.

(b) Skryf g in die vorm $g(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

(c) Beskryf die transformasie van $f \rightarrow g$. Verduidelik ook die verband tussen die vergelykings van f en g en die transformasie.

