Graad 8 – Boek A

(Onderwysers Handleiding)

(Hersiene KABV uitgawe)

INHOUDSOPGAWE:

Hierdie boek is opgestel en verwerk deur E.J. Du Toit in 2013.

Kontaknommer: 086 618 3709 (Faks)

Kopiereg©2013. Alle kopiereg word voorbehou. Geen deel van hierdie publikasie mag in enige vorm gereproduseer word nie, tensy skriftelike toestemming daarvoor verkry is.

ISBN 978-0-958443-24-1

Hoofstuk A1

Heelgetalle

A1.1 Getallestelsels en eienskappe van heelgetalle:

Oefening 1:

Voltooi: * Natuurlike getalle: N = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; --- }

* Telgetalle: N_0 = { 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; --- }

* Heelgetalle: Z = { ---- ; −2 ; −1 ; 0 ; 1 ; 2 ; --- }

Die heelgetalle word verder uitgebrei om die breuke ook in te sluit:

Rasionale getalle ($\mathbb{Q}$): Sluit in alle breuke wat in die vorm $\frac{a}{b}$ geskryf kan word, met a en b heelgetalle en b $\neq$ 0. Alle eindige en repeterende breuke word hierby ingesluit.
Bv. $\frac{1}{3}$; $0,\dot{7}$; $-3\frac{5}{8}$; 2.34; $\sqrt{25}$; 9 ; $\sqrt[3]{27}$ ens.

Irrasionale getalle ($\mathbb{Q}'$): Sluit alle oneindige en nie-repeterende breuke in.
Bv. 3,68463….. ; π ; $\sqrt{10}$; $\sqrt[3]{4}$ ens.

Reële getalle (R) bestaan uit alle rasionale getalle verenig met alle irrasionale getalle: $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

Nie-reële getalle is bv. $\sqrt{-4}$; $\sqrt{-12}$ ens.
$\sqrt[3]{-8}$ en $\sqrt[5]{-243}$ is egter reële getalle, want $\sqrt[3]{-8}$ = -2 en $\sqrt[5]{-243}$ = -3.

Eienskappe van 1 en 0:

* $m \times 0 = 0$
* $0 \div m = 0$
* $m \div 0$ = ongedefinieerd
* $m \times 1 = m$
* $m \div 1 = m$

Identiteitselemente:

* 0 is die identiteitselement van optelling, want $m + 0 = m$
* 1 is die identiteitselement van vermenigvuldiging, want $m \times 1 = m$

Inverse:

* Die optellingsinverse is die getal wat by 'n getal getel word om 'n som van 0 te gee.
  Bv. **3** se optellings inverse is **-3**, want 3 + (-3) = 3 – 3 = 0
* Die vermenigvuldigings inverse (resiprook) is die getal waarmee 'n getal gemaal word om 'n produk van 1 te gee. Bv. **3** se vermenigvuldigings inverse is $\frac{1}{3}$, want $3 \times \frac{1}{3} = \frac{\cancel{3}}{1} \times \frac{1}{\cancel{3}} = 1$

Ander eienskappe:

* Kommutatiewe eienskap: $m \times n = n \times m$ of $m + n = n + m$
* Assosiatiewe eienskap: $(m \times n) \times p = m \times (n \times p)$ of $(m + n) + p = n + (m + p)$
* Distrubitiewe eienskap: $p \times (m + n) = p \times m + p \times n$ of $p \times (m - n) = p \times m - p \times n$

A1.2 Deelbaarheidsreëls:

Deler:	Reël vir deelbaarheid:
2	Laaste syfer moet 'n ewe getal of 0 wees.
3	Som van al die syfers moet deelbaar deur 3 wees.
4	Laaste twee syfers moet deelbaar deur 4 wees.
5	Laaste syfer moet 5 of 0 wees.
6	Deelbaarheidsreëls vir 2 en 3 moet geld.
8	Laaste drie syfers moet deelbaar deur 8 wees.
9	Som van al die syfers moet deelbaar deur 9 wees.
10	Laaste syfer moet 0 wees.
11	Tel die alternerende syfers bymekaar en trek hierdie totale van mekaar af. Die verskil moet 0 of 'n veelvoud van 11 wees.

Vb.1 Bepaal of 10 527 deelbaar is deur die getalle in bogenoemde tabel.

2: NEE, want die getal (10 527) eindig nie op 'n ewe getal nie.
3: JA, want die som van die getalle nl. 1+0+5+2+7=15 is deelbaar deur 3.
4: NEE, want 27(10 5<u>27</u>) is nie deelbaar deur 4 nie.
5: NEE, want die getal eindig nie op 'n 0 of 'n 5 nie.
6: NEE, want die deelbaarheidsreël vir 2 geld nie.
8: NEE, want die laaste drie syfers, 527, is nie deelbaar deur 8 nie.
9: NEE, want die som van die syfers, nl. 1+0+5+2+7=15 is nie deelbaar 9 nie.
10: NEE, want die laaste syfer is nie 0 nie.
11: JA, want die verskil tussen 1+5+7=<u>13</u> en 0+2=<u>2</u> met 13 – 2 = 11.

Oefening 2:

Bepaal of die volgende getalle deelbaar is deur die getalle in die deelbaarheidstabel:

(1) 1 275:

2: Nee, eindig op onewe.
3: Ja, 1+2+7+5=15, en 15 is deelbaar deur 3.
4: Nee, 75 nie deelbaar deur 4.
5: Ja, eindig op 5.
6: Nee, nie deelbaar deur 2.
8: Nee, nie deelbaar deur 2.
9: Nee, 1+2+7+5 = 15 en 15 is nie deelbaar deur 9 nie.
10: Nee, laaste syfer nie 0.
11: Nee, (1+7) − (2+5) = 8 − 7 = 1, ∴ nie 0 of 11 nie.

(2) 2 772:

2: Ja, eindig op ewe.
3: Ja, 2+7+7+2 = 18 en 18 deelbaar deur 3.
4: Ja, 72 deelbaar deur 4.
5: Nee, eindig nie op 0 of 5 nie.
6: Ja, deelbaar deur 2 en 3.
8: Nee, 772 nie deelbaar deur 8 nie.
9: Ja, 2+7+7+2 = 18 en 18 is deelbaar deur 9.
10: Nee, laaste syfer nie 0.
11: Ja, (2+7) − (7+2) = 0

(3) 7 920:

2: Ja, eindig op 0.	8: Ja, 920 is deelbaar deur 8.
3: Ja, 7+9+2+0 = 18 en 18 deelbaar deur 3.	9: Ja, 7+9+2+0 = 18 is deelbaar deur 9.
4: Ja, 20 deelbaar deur 4.	10: Ja, eindig op 0.
5: Ja, eindig op 0.	11: Ja, (7+2) − (9+0) = 0
6: Ja, deelbaar deur 2 en 3.	

☺ **'n Sekere getal is deelbaar deur 2, 3, 5 en 11. Hierdie getal is nie deelbaar deur 8 en 9 nie, maar wel deelbaar deur 4. Bepaal die kleinste getal wat aan hierdie voorwaarde voldoen.**

$4 \times 3 \times 5 \times 11 = 660$

(4 is ook deelbaar deur 2!)

A1.3 Faktore:

Vb.2 Die faktore van 10 is: $F_{10} = \{1 ; 2 ; 5 ; 10\}$

Oefening 3:

Voltooi:

(1) $F_{20} = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$

(2) $F_{16} = \{1; 2; 4; 8; 16\}$

(3) $F_{5} = \{1; 5\}$

(4) $F_{32} = \{1; 2; 4; 8; 16; 32\}$

(5) $F_{15} = \{1; 3; 5; 15\}$

(6) $F_{28} = \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$

(7) $F_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

(8) $F_{7} = \{1; 7\}$

(9) $F_{36} = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$

(10) $F_{11} = \{1; 11\}$

A1.4 Veelvoude:

Vb.3 Die veelvoude van 10 is: $V_{10} = \{10 ; 20 ; 30 ; \ldots\ldots\ldots\}$

Oefening 4:

Voltooi:

(1) $V_6 = \{6; 12; 18; ---\}$

(2) $V_{20} = \{20; 40; 60; ---\}$

(3) $V_7 = \{7; 14; 21; ---\}$

(4) $V_{12} = \{12; 24; 36; ---\}$

(5) $V_{36} = \{36; 72; 108; ---\}$

(6) $V_9 = \{9; 18; 27; ---\}$

(7) $V_{35} = \{35; 70; 105; ---\}$

(8) $V_{16} = \{16; 32; 48; ---\}$

(9) $V_{11} = \{11; 22; 33; ---\}$

(10) $V_3 = \{3; 6; 9; ---\}$

☺ **Bereken die veelvoude van 6 wat ook faktore is van 120.**

$\{6; 12; 24; 30; 60; 120\}$

A1.5 Priemgetalle en saamgestelde getalle:

Oefening 5:

Voltooi:

(1) Die definisie van 'n priemgetal is: alle natuurlike getalle met slegs 2 faktore nl. 1 en die getal self.

(2) Die kleinste priemgetal is: 2

(3) Die enigste ewe getal wat ook 'n priemgetal is: 2

(4) Die definisie van 'n saamgestelde getal is: alle natuurlike getalle met meer as 2 faktore.

(5) Watter natuurlike getal is **nie** 'n priemgetal of 'n saamgestelde getal nie? 1

(6) Watter natuurlike getalle kleiner as 50 is ook priemgetalle?
(Gaan soos volg te werk: Omkring 2 ; 3 ; 5 en 7 en trek dan al die veelvoude van 2 ; 3 ; 5 ; en 7 dood. Die getalle wat dan oorbly is priemgetalle. Onthou om 1 ook dood te trek!)

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

∴ Die priemgetalle kleiner as 50 is: {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47}

A1.6 Priemfaktore:

Vb.4 Die faktore van 6 is: $F_6 = \{1 ; 2 ; 3 ; 6\}$
∴ Die priemfaktore van 6 is: __*2 en 3*__. *(M.a.w. dit is die faktore wat priemgetalle is.)*

Vb.5 Die faktore van 20 is: $F_{20} = \{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 ; 20\}$
∴ Die priemfaktore van 20 is: __*2 en 5*__.

Vb.6 Bepaal die priemfaktore van 60:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ 2 & 30 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$\therefore\ 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = \underline{2^2 \times 3 \times 5}$$

Oefening 6:

Bepaal die priemfaktore van die volgende getalle:

(1) $\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$ $12 = 2^2 \times 3$

(2) $\begin{array}{r|l} 5 & 35 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$ $35 = 5 \times 7$

(3) $\begin{array}{r|l} 2 & 32 \\ 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ 2 & 2 \\ & 1 \end{array}$ $32 = 2^5$

(4) $\begin{array}{r|l} 2 & 44 \\ 2 & 22 \\ 11 & 11 \\ & 1 \end{array}$ $44 = 2^2 \times 11$

(5) $\begin{array}{r|l} 2 & 48 \\ 2 & 24 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$ $48 = 2^4 \times 3$

(6) $\begin{array}{r|l} 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$ $27 \quad 3^3$

(7) $\begin{array}{r|l} 2 & 56 \\ 2 & 28 \\ 2 & 14 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$ $56 = 2^3 \times 7$

(8) $\begin{array}{r|l} 2 & 100 \\ 2 & 50 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$ $10 = 2^2 \times 5^2$

(9) $\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$ $18 = 2 \times 3^2$

(10) $\begin{array}{r|l} 2 & 168 \\ 2 & 84 \\ 2 & 42 \\ 3 & 21 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

(11) $\begin{array}{r|l} 2 & 588 \\ 2 & 294 \\ 3 & 147 \\ 7 & 49 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$ $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$

(12) $\begin{array}{r|l} 2 & 450 \\ 3 & 225 \\ 3 & 75 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$ $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$

A1.7 KGV en GGF:

KGV = Kleinste gemene veelvoud.
GGF = Grootste gemene faktor.

Vb.7 *Bepaal die KGV van 8 ; 12 en 20*
[Ontbind die getalle eers in priemfaktore!]

$$8 = \boxed{2 \times 2} \times 2$$
$$12 = \boxed{2 \times 2} \times 3$$
$$20 = \boxed{2 \times 2} \times 5 \qquad \therefore\ KGV = \boxed{2 \times 2} \times 2 \times 3 \times 5 = \underline{\underline{120}}$$

Vb.8 *Bepaal die GGF van 36 en 60.*
[Ontbind die getalle eers in priemfaktore!]

$$36 = \boxed{2 \times 2 \times 3} \times 3$$
$$60 = \boxed{2 \times 2 \times 3} \times 5 \qquad \therefore\ GGF = \boxed{2 \times 2 \times 3} = \underline{\underline{12}}$$

Oefening 7:

(1) Bepaal die GGF van elk van die volgende deur eers die priemfaktore te bepaal:

(a) 14 = 2 x 7
21 = 3 x 7 ∴GGF = 7
35 = 5 x 7 =

(b) 27 = 3 x 3 x 3
45 = 3 x 3 x 5 ∴GGF = 3 x 3
72 = 2 x 2 x 2 x 3 x 3 = 9

(c) 12 = 2 x 2 x 3 ∴GGF = 2 x 2 x 3
168 = 2 x 2 x 2 x 3 x 7 = 12

(d) 38 = 2 x 19
57 = 3 x 19 ∴GGF = 19
95 = 5 x 19 =

(e) 10 = 2 x 5
15 = 3 x 5 ∴GGF = 5
105 = 3 x 5 x 7 =

(2) Bepaal die KGV van die volgende deur eers die priemfaktore te bepaal:

(a) 6 = 2 x 3

12 = 2 x 2 x 3 ∴KGV = 2x3 x 2x3

18 = 2 x 3 x 3 = 36

(b) 8 = 2 x 2 x 2 ∴KGV = 2x2 x 2x5

20 = 2 x 2 x 5 = 40

(c) 2 = 2

6 = 2 x 3 ∴KGV = 2 x 3 x 11

11 = 11 = 66

(d) 21 = 3 x 7 ∴KGV = 7 x 3 x 7

49 = 7 x 7 = 147

(e) 3 = 3

9 = 3 x 3

12 = 2 x 2 x 3 ∴KGV = 3 x 3 x 2 x 2 x 5

60 = 2 x 2 x 3 x 5 = 180

(f) 15 = 3 x 5

45 = 3 x 3 x 5 ∴KGV = 3x5 x 3 x 2 x 3

270 = 2 x 3 x 3 x 3 x 5 = 270

(3) Bepaal die KGV en die GGF van elk van die volgende:

(a) 16 = 2 x 2 x 2 x 2 ∴KGV = 2x2x2 x 2 x 3x7

48 = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 = 336

56 = 2 x 2 x 2 x 7 ∴GGF = 2 x 2 x 2

= 8

(b) 5 = 5 $\therefore$ KGV = $5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

24 = $2 \times 2 \times 2 \times 3$ = 120

$\therefore$ GGF = 1

☺ **Monteerborde van (a) 24 cm², (b) 36 cm² en (c) 18 cm² moet gesny word. Hoe groot moet die kleinste monteerbordpaneel (bepaal die oppervlakte) wees sodat enige kombinasie van (a), (b) en/of (c) daaruit gesny kan word sonder om enige monteerbord oor te hou? [Maak gebruik van priemfaktore].**

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$18 = 2 \times 3 \times 3$

$\therefore$ KGV $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ cm²

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

A1.8 Vierkantswortels en derdemagswortels:

Vb.9 Bepaal die volgende deur eers in priemfaktore te ontbind:

(a) $\sqrt{784}$ *(b)* $\sqrt[3]{3\,375}$

****

$$\begin{array}{r|l} 2 & 784 \\ 2 & 392 \\ 2 & 196 \\ 2 & 98 \\ 7 & 49 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 3\,375 \\ 3 & 1\,125 \\ 3 & 375 \\ 5 & 125 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$\therefore\ 784 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 2^2 \times 7^2$

$\therefore\ \sqrt{784} = 2 \times 2 \times 7 = \underline{28}$

$\therefore\ 3\,375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$

$\therefore\ \sqrt[3]{3\,375} = 3 \times 5 = \underline{15}$

Oefening 8:

Bereken: (met behulp van priemfaktore)

(1) $\sqrt{576} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$

$= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 3^2}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$= 24$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 576 \\ 2 & 288 \\ 2 & 144 \\ 2 & 72 \\ 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

(2) $\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7 \times 7 \times 7}$

$= \sqrt[3]{7^3}$

$= \underline{7}$

7	343
7	49
7	7
	1

(3) $\sqrt{225} = \sqrt{3 \times 3 \times 5 \times 5}$

$= \sqrt{3^2 \times 5^2}$

$= 3 \times 5$

$= \underline{15}$

3	225
3	75
5	25
5	5
	1

(4) $\sqrt{1\,024} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$

$= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= \underline{32}$

2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(5) $\sqrt[3]{1\,000} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5}$

$= \sqrt[3]{2^3 \times 5^3}$

$= 2 \times 5$

$= \underline{10}$

2	1000
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

(6) $\sqrt[3]{4\,096} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$

$= \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= \underline{16}$

2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(7) $\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$

$= \sqrt[3]{3^3 \times 3^3}$

$= 3 \times 3$

$= \underline{9}$

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1