

Graad 10 – Handboek

(Hersiene KABV uitgawe)

INHOUD:

Bladsy:

A1. Getalgestelsels	3
A2. Algebraïese uitdrukkinge	11
A3. Eksponente	24
A4. Getalpatrone	30
A5. Vergelykings en ongelykhede	36
B1. Funksies en relasies	48
B2. Lineêre funksies	52
B3. Ander funksies	59
B4. Wiskunde en finansies	74
C1. Trigonometrie	83
C2. Euklidiese meetkunde	100
C3. Analitiese meetkunde	126
C4. Buite-oppervlaktes en volumes	136
D1. Data hantering – berekeninge	141
D2. Data hantering – voorstelling	164
D3. Waarskynlikheid	174

Hierdie boek is opgestel en verwerk deur E.J. Du Toit in 2011.

Hersiene uitgawe 2023.

Webtuiste: www.abcbooks.co.za

Kopiereg © 2011. Alle kopiereg word voorbehou. Geen deel van hierdie publikasie mag in enige vorm gereproduseer word nie; tensy skriftelike toestemming daarvoor verkry is.

ISBN 978-1-919957-32-6

Besoek ook www.abcmathsandscience.co.za vir ekstra oefeninge, toetse en vraestelle.

Hoofstuk A1

Getalle stelsels

GEEN SAKREKENAAR MAG IN HIERDIE HOOFSTUK GEBRUIK WORD NIE!

A1.1 Getallestelsels:

Oefening 1:

Voltooi: *Natuurlike getalle: $\mathbb{N} = \{ \text{_____} \}$
 * Telgetalle: $\mathbb{N}_0 = \{ \text{_____} \}$
 * Heelgetalle: $\mathbb{Z} = \{ \text{_____} \}$
 * Rasionale getalle: $\mathbb{Q} = \{ \text{_____} \}$

A1.2 Rasionale getalle:

A1.2.1 Ekwivalente breuke:

Vb.1 Skryf twee ekwivalente breuke neer vir $\frac{2}{3}$:

$$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9} \quad \text{of} \quad \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

Oefening 2:

(1) Skryf drie ekwivalente breuke neer vir elk van die volgende rasionale getalle:

(a) $\frac{-1}{4}$

(b) $\frac{3}{7}$

(c) $\frac{1}{6}$

(d) $\frac{2}{3}$

(e) $\frac{12}{14}$

(f) $\frac{-36}{-9}$

(g) $2\frac{6}{11}$

(h) 5

(2) Is die volgende ekwivalente breuke of nie? (Antwoord net ja of nie.)

(a) $\frac{12}{5} = \frac{24}{10} ?$

(b) $\frac{7}{3} = \frac{3}{7} ?$

(c) $\frac{3}{-2} = \frac{6}{4} ?$

(d) $\frac{3}{-5} = \frac{-9}{15} ?$

(e) $\frac{2}{3} = \frac{4}{9} ?$

(f) $\frac{3}{1} = \frac{48}{16} ?$

(g) $\frac{4}{3} = \frac{-12}{-9} ?$

(h) $\frac{25}{10} = \frac{5}{2} ?$

(i) $\frac{5}{4} = \frac{4}{3} ?$

A1.2.2 Ordering van rasionale getalle:

Vb.2 (a) Rangskik die volgende breuke in stygende volgorde: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$ en $\frac{2}{3}$:

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12} \quad ; \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \text{en} \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

$$\therefore \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

(b) Skryf 'n rasionale getal tussen $\frac{3}{4}$ en $\frac{1}{3}$:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \text{en} \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

$$\therefore \frac{1}{3} < \frac{5}{12} \text{ of } \frac{6}{12} \text{ of } \frac{7}{12} \text{ of } \frac{8}{12} < \frac{3}{4}$$

Oefening 3:

(1) Rangskik die volgende breuke in stygende volgorde:

(a) $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$ en $\frac{4}{5}$

(b) $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}$ en $\frac{4}{6}$

(2) Rangskik die volgende breuke in dalende volgorde:

(a) $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{3}$ en $\frac{3}{4}$

(b) $-1\frac{1}{2}$; $-1\frac{2}{3}$ en $-\frac{7}{5}$

(3) Plaas telkens 'n rasionale getal tussen die volgende getalle:

(a) $-\frac{1}{3}$ en $-\frac{3}{5}$

(b) $\frac{3}{4}$ en $\frac{7}{10}$

A1.2.3 Herleiding van gewone breuke na desimale breuke:

Vb.3 Druk die volgende uit as desimale breuke, sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

(a) $\frac{3}{8} = \frac{3,000\dots}{8} = \frac{3,306040}{8} = 0,375$ (b) $1\frac{2}{3} = 1\frac{2,000\dots}{3} = 1\frac{2,202020\dots}{3} = 1,66\dots = 1,\dot{6}$

Oefening 4:

Druk die volgende uit as desimale breuke, sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

(1) $\frac{22}{7}$

(2) $4\frac{2}{3}$

(3) $\frac{1}{8}$

(4) $\frac{7}{9}$

(5) $\frac{17}{25}$

(6) $\frac{5}{100}$

(7) $\frac{4}{11}$

(8) $-2\frac{6}{7}$

(9) $-5\frac{5}{6}$

(10) $\frac{33}{8}$

A1.2.4 Afronding van desimale breuke:

Vb.4 Rond die volgende breuke af tot die aantal desimale plekke aangedui in hakies:

(a) 4,34712 (tot 3 des)

$$= 4,347\underline{1}2 \quad \text{Beskou onderstreepte getal}$$

$$\approx 4,347$$

(b) 290,09832 (tot 2 des)

$$= 290,09\underline{8}32$$

$$\approx 290,10$$

Oefening 5:

(1) Rond die volgende breuke af tot die aantal desimale plekke aangedui in hakies:

(a) 3,573 (tot 2 des)

(b) 12,00873 (tot 3 des)

(c) 0,00384 (tot 5 des)

(d) 7,3226 (tot 1 des)

(e) 8,39999 (tot 1 des)

(f) 90,9023 (tot die naaste heelgetal)

(g) 0,433218 (tot 4 des)

(h) 1 456,6799 (tot 3 des)

(i) 66,666 (tot 2 des)

(j) 13,00034 (tot 3 des)

(2) Beskou die volgende afronding en kies die korrekte woord in die hakies:

(a) $3,47653 \approx 3,477$ korrek tot die naaste (tiende, honderdste of duisendste)

(b) $96\,995,31956 \approx 96\,995,32$ korrek tot die naaste (tiende, honderdste of duisendste)

A1.2.5 Herleiding van desimale breuke na gewone breuke:

Vb.5 Druk die volgende uit as gewone breuke in eenvoudigste vorm:

(a) $4,5 = 4 \frac{5}{10} \left(\div \frac{5}{5} \right) = 4 \frac{1}{2}$

(b) $-0,12 = -\frac{12}{100} \left(\div \frac{4}{4} \right) = -\frac{3}{25}$

Oefening 6:

Druk die volgende uit as gewone breuke in eenvoudigste vorm:

(1) 0,125

(2) 1,25

(3) 14,6

(4) -0,5

(5) -1,2

(6) 23,5

(7) 3,04

(8) 7,3

(9) 100,75

(10) 0,00005

A1.2.6 Herleiding van repeterende breuke na gewone breuke:

Vb.6 Herlei die volgende na 'n gewone breuk in eenvoudigste vorm:

$$(a) \quad 0,\dot{1} = \frac{1}{9} \quad ; \quad 0,\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad ; \quad 0,\dot{5} = \frac{5}{9} \quad ; \quad 0,\dot{8} = \frac{8}{9}$$

$$(b) \quad 3,\dot{2}4 = 3\frac{24}{99} = 3\frac{8}{33} \quad ; \quad 0,4\dot{2}1 = \frac{421}{999} \quad ; \quad 15,1\dot{6}5\dot{3} = 15\frac{1653}{9999} = 15\frac{551}{3333}$$

$$(c) \quad 0,0\dot{3} = 0,\dot{3} \div 10 = \frac{3}{9} \div \frac{10}{1} = \frac{3}{9} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$$

$$(d) \quad 0,004\dot{6} = 0,4\dot{6} \div 100 = \frac{46}{99} \div \frac{100}{1} = \frac{46}{99} \times \frac{1}{100} = \frac{46}{9900} = \frac{23}{4950}$$

$$(e) \quad 0,5\dot{7} = 0,5 + 0,0\dot{7} = 0,5 + 0,\dot{7} \div 10 = \frac{5}{10} + \frac{7}{9} \times \frac{1}{10} = \frac{5 \times 9}{10 \times 9} + \frac{7}{90} = \frac{45+7}{90} = \frac{52}{90} = \frac{26}{45}$$

Oefening 7:

Herlei die volgende na gewone breuke in eenvoudigste vorm: (Sonder 'n sakrekenaar.)

- (1) $3,\dot{6}$ (2) $0,\dot{1}\dot{3}$ (3) $22,3\dot{9}$ (4) $-1,1\dot{3}\dot{5}$ of $-1,\overline{135}$
 (5) $0,\dot{7}$ (6) $0,00\dot{3}$ (7) $1,\overline{214}$ (8) $3,2\dot{5}\dot{8}$

☺ Bereken die volgende sonder die gebruik van 'n sakrekenaar: $0,4 + \frac{2}{3}$

A1.3 Irrasionale en Reële getalle:

Irrasionale getalle kan nie uitgedruk word as die verhouding tussen twee heelgetalle nie. Hierdie getalle is oneindige, nie-repeterende desimale breuke.

Vb. 7 Irrasionale getalle:

- $\sqrt{2}$ of $\sqrt{7}$ of $\sqrt{\frac{3}{4}}$ ens. want 2 ; 7 en 3 is nie volkome vierkante nie!
- $\sqrt[3]{12}$ of $\sqrt[3]{100}$ ens. want 12 en 100 is nie volkome derdemagte nie!

Waar die volgende rasionale getalle is:

- $\sqrt{4}$ of $\sqrt{0,01}$ of $\sqrt{\frac{25}{9}}$ ens. want 4 ; 0,01 ; 25 en 9 is volkome vierkante!
- $\sqrt[3]{27}$ of $\sqrt[3]{125}$ ens. want 27 en 125 is volkome derdemagte!

Die reële getalle, \mathbb{R} bestaan uit die rasionale getalle, \mathbb{Q} en die irrasionale getalle, \mathbb{Q}' . Onthou dat alle eindige en repeterende desimale breuke rasionale getalle is.

Vb.8 Bepaal die twee heelgetalle waar tussen die irrasionale getal $\sqrt{7}$ lê.

Kies die twee volkome vierkante weerskante van 7:

$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

$$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3$$

Oefening 8:

(1) Watter van die volgende getalle is Rasionale getalle (\mathbb{Q}) en watter is Irrasionale getalle (\mathbb{Q}')?

(a) 14

(b) $\frac{1}{5}$

(c) $\sqrt{81}$

(d) 0,12

(e) $\sqrt{18}$

(f) $12, \dot{2}\dot{3}$

(g) $-\sqrt{\frac{12}{3}}$

(h) 0,2945 ...

(i) $\sqrt[3]{64}$

(j) π

(k) $\sqrt[5]{32}$

(l) $\frac{11}{7}$

(2) Tussen watter twee heelgetalle lê die volgende irrasionale getalle:

(a) $-\sqrt{12}$

(b) $\sqrt{66}$

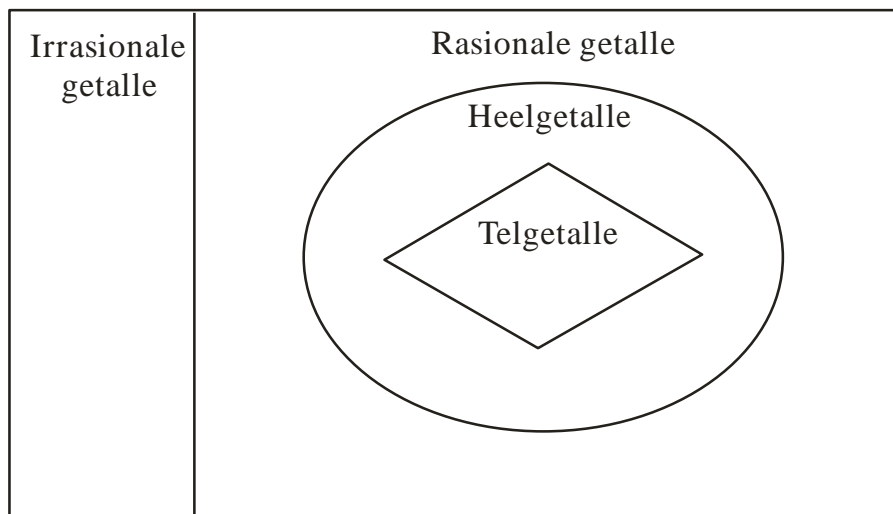
(c) $\sqrt[3]{5}$

(d) $\sqrt[5]{2}$

(3) Die onderstaande diagram is 'n opsomming van al die getalle wat op skoolvlak gebruik word. Plaas die volgende getalle op die regte plek in die tabel; waar nodig, vereenvoudig die getal:

$$4\frac{1}{2} ; \sqrt[3]{8} ; \sqrt{8} ; -16 ; 0,45 ; 0, \dot{3} ; \frac{18}{6} ; 0,2387 \dots ; \frac{0}{17} ; 6,88$$

Reële getalle:



☺ (1) Buiten die reële getalle kry ons ook nog die nie-reële getalle.

Gee 'n voorbeeld van 'n nie-reële getal.

(2) Wat word die versameling genoem wat alle reële en nie-reële getalle bevat?

A1.4 Voostelling van versamelings van getalle:

Versamelings van getalle kan op die volgende maniere geskryf of voorgestel word:

A1.4.1 Versamelingskeurdernotasie:

Vb. 9 Skryf die volgende versamelings van getalle in versamelingskeurdernotasie:

(a) Alle natuurlike getalle groter as 6: $\{x / x > 6 ; x \in \mathbb{N}\}$

(b) Alle reële getalle tussen -2 en 5 : $\{m : -2 < m < 5 ; m \in \mathbb{R}\}$

A1.4.2 Intervalnotasie:

Slegs versamelings wat deel van die reële getalle uitmaak, kan in intervalnotasie geskryf word!

Vb. 10 Skryf die volgende in intervalnotasie:

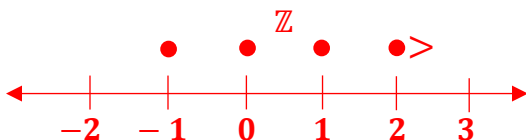
(a) Die reële getalle tussen -2 en 4 met 4 ingesluit: $x \in (-2 ; 4]$ Oop, geslote interval!

(b) $\{m / m > 7 ; m \in \mathbb{R}\}$: $m \in (7 ; \infty)$ Oop interval!

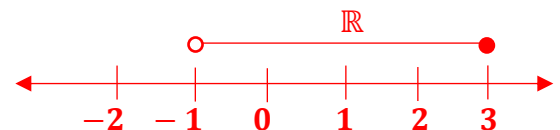
A1.4.3 Getallelyne:

Vb. 11 Stel die volgende op 'n getallelyn voor :

(a) $\{-1 ; 0 ; 1 ; 2 ; \dots \dots \dots\}$



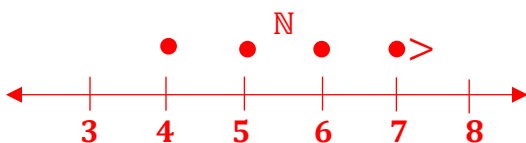
(b) $\{x : -1 < x \leq 3 ; x \in \mathbb{R}\}$



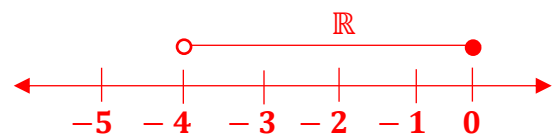
A1.4.4 Oplos van lineêre ongelykhede:

Vb. 12 Bereken x in elk van die volgende en stel jou antwoord op 'n getallelyn voor:

(a) $x - 2 \geq 2$ as $x \in \mathbb{N}$
 $x \geq 2 + 2$
 $x \geq 4$



(b) $-3 < x + 1 \leq 1$ as $x \in \mathbb{R}$
 $-3 - 1 < x \leq 1 - 1$
 $-4 < x \leq 0$



Oefening 9:

(1) Skryf die volgende in interval notasie (waar van toepassing) en stel dit op 'n getallelyn voor:

- (a) $\{x : 2x < -2; x \in \mathbb{R}\}$ (b) $\{x : -2 \leq x + 1 \leq 4; x \in \mathbb{Z}\}$
 (c) $\{y : y - 3 < -1; y \in \mathbb{N}\}$ (d) $\{x : x \leq -1; x \in \mathbb{R}\}$
 (e) $\{x / x < 3; x \in \mathbb{Z}\}$ (f) $\{p / 2p \geq -5; p \in \mathbb{R}\}$
 (g) $\{m : -1 \leq 2m - 1 < 7; m \in \mathbb{R}\}$ (h) $\{x : 2x - 3 < 7; x \in \mathbb{N}_0\}$

(2) Los op vir x en stel jou antwoord op 'n getallelyn voor:

- (a) $x + 1 \leq 3; x \in \mathbb{N}_0$ (b) $2x \geq -8; x \in \mathbb{R}$
 (c) $x - 4 \leq 0; x \in \mathbb{Z}$ (d) $2x + 3 > 7; x \in \mathbb{N}$
 (e) $-6 < x - 1 \leq 6; x \in \mathbb{R}$ (f) $x + 7 \geq -1; x \in \mathbb{Z}$

A1.5 HERSIENINGSOEFENING:

(1) Herlei die volgende na gewone breuke in eenvoudigste vorm: (Sonder 'n sakrekenaar.)

- (a) $14,1\overline{7}$ (b) $0,1\overline{234}$
 (c) $4,6\overline{8}$ (d) $5,1\overline{1}$

(2) Merk die rasionale getalle tussen 0 en 10 met 'n \checkmark :

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)
$\sqrt{9}$	-1	$\sqrt{8}$	$\frac{6}{3}$	$\sqrt[3]{16}$	π	$\frac{0}{3}$	$\sqrt{144}$	4,124....	$\sqrt{\frac{24}{6}}$

(3) Rond die volgende breuke af tot die aantal desimale plekke aangedui in hakies:

- (a) 7,199 (tot 1 des) (b) 0,048561 (tot 4 des)
 (c) 234,34 (tot 1 des) (d) 1 001,1989 (tot die naaste heelgetal)
 (e) 3,997 (tot 2 des) (f) 23,712 (tot die naaste heelgetal)

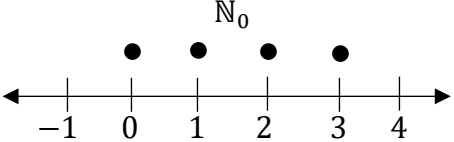
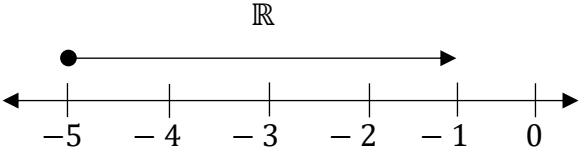
(4) Plaas enige twee irasionale getalle tussen 2 en 3.

(5) Tussen watter twee rasionale getalle lê die volgende irrasionale getalle:

(a) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

(b) $\sqrt[3]{57}$

(6) Voltooi die ontbrekende voorstellings in die onderstaande tabel:

	Versamelingskeurdernotasie:	Intervalnotasie:	Getallelyn:
(a)	$\{x / -1 < x \leq 2; x \in \mathbb{R}\}$		
(b)		$x \in [-2; 5]$	
(c)		$y \in (-\infty; 3]$	
(d)			 <p>A number line labeled \mathbb{N}_0 with tick marks from -1 to 4. There are solid black dots at 0, 1, 2, and 3.</p>
(e)	$\{y / y \geq 3; y \in \mathbb{N}\}$		
(f)		$m \in (0; 4]$	
(g)			 <p>A number line labeled \mathbb{R} with tick marks from -5 to 0. There is a solid black dot at -5 and an arrow pointing to the right from -5.</p>
(h)	$\{m : m \leq 6; m \in \mathbb{R}\}$		
(i)	$\{x / -1 < x < 2; x \in \mathbb{Z}\}$		
(j)		$x \in (-1; \infty)$	

Hoofstuk A2

Algebraïese uitdrukkings

A2.1 Produkte:

A2.1.1 Distributiewe wet:

Vb. 1 Bepaal die volgende produkte deur gebruik te maak van die distributiewe wet:

$$(a) \quad (x - 2)(x + 2)$$

$$(b) \quad (3m + n)(2m + 5n)$$

$$(a) \quad x(x + 2) - 2(x + 2)$$

$$= x^2 + 2x - 2x - 4$$

$$= x^2 - 4$$

$$(b) \quad (3m + 1n)(2m + 5n)$$

$$= 6m^2 + 15mn + 2mn + 5n^2$$

$$= 6m^2 + 17mn + 5n^2$$

Oefening 1:

Bepaal die volgende produkte:

$$(1) \quad (y - 4)(y + 3)$$

$$(2) \quad (p - 2)(p - 7)$$

$$(3) \quad (2x + 1)(x - 5)$$

$$(4) \quad (x - 2y)(2x - y)$$

$$(5) \quad (4ab + 1)(2ab - 3)$$

$$(6) \quad (5 - 7m)(2 - 3m)$$

$$(7) \quad (2a - 4b)(3a + 2b)$$

$$(8) \quad (m + n)(2m - 1)$$

$$(9) \quad (d - 12)(12 + d)$$

$$(10) \quad (a^2 + 4)(a^2 + 2)$$

$$(11) \quad \left(\frac{1}{2}m - 6\right)(8m - 3)$$

$$(12) \quad (-2k - 5)(5 + 3k)$$

$$(13) \quad \left(p + \frac{1}{p}\right)\left(8p - \frac{4}{p}\right)$$

$$(14) \quad (abc - 2ac)(abc + 3bc)$$

$$(15) \quad (3r^3 + 2)(2r^2 - 5)$$

$$(16) \quad 2x(x - 5y)(3x + 2y)$$

$$(17) \quad \left(\frac{1}{p^3q^2} - \frac{2}{p^2q}\right)\left(\frac{1}{p} + \frac{2}{q}\right)$$

$$(18) \quad \left(\frac{m^2n}{3} - \frac{6}{mn}\right)\left(\frac{mn}{2} - \frac{3}{mn^2}\right)$$

Vb. 2 Vereenvoudig:

$$(a) \quad (2a + 1)(2a - 1) = 4a^2 - 2a + 2a - 1 = 4a^2 - 1$$

$$(b) \quad (m^2 - 5n)(m^2 + 5n) = m^4 + 5m^2n - 5m^2n - 25n^2 = m^4 - 25n^2$$

Of korter:

$$(c) \quad (xy + 3)(xy - 3) = x^2y^2 - 9$$

$$(d) \quad \left(\frac{ab}{4} - \frac{1}{7}\right)\left(\frac{ab}{4} + \frac{1}{7}\right) = \frac{a^2b^2}{16} - \frac{1}{49}$$

Oefening 2:

Vereenvoudig:

(1) $(abc - 2)(abc + 2)$

(3) $(p - 9q)(9q + p)$

(5) $(-a + 4b)(-a - 4b)$

(7) $(x^{2m} - 8)(x^{2m} + 8)$

(9) $(b^6c^3 + 6)(b^6c^3 + 6)$

(11) $(m - 2n)^2(m + 2n)^2$

(2) $\left(\frac{1}{3} + 5t\right)\left(\frac{1}{3} - 5t\right)$

(4) $(n + 7k)(7n - k)$

(6) $-x\left(\frac{1}{x} - x\right)\left(\frac{1}{x} + x\right)$

(8) $(0,3 + 3q)(0,3 - 3q)$

(10) $(4xk^5 - 7)(7 + 4xk^5)$

(12) $\left(\frac{m}{n} + 2\right)\left(\frac{m^2}{n^2} + 4\right)\left(\frac{m}{n} - 2\right)$

A2.1.2 Kwadrering van 'n tweeterm:**Vb. 3 Bepaal die volgende produkte:**

(a) $(2x + 1)^2$

$$= (2x + 1)(2x + 1)$$

$$= 4x^2 + 2x + 2x + 1$$

$$= 4x^2 + 4x + 1$$

(b) $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2$

$$= \left(m - \frac{1}{m}\right)\left(m - \frac{1}{m}\right)$$

$$= m^2 - \frac{m}{m} - \frac{m}{m} + \frac{1}{m^2}$$

$$= m^2 - 2 + \frac{1}{m^2}$$

Oefening 3:

Bepaal die volgende kwadrate:

(1) $(y - 11)^2$

(3) $(-4 + 5c)^2$

(5) $(k^2 + 1)^2$

(7) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

(9) $(5p - 2p^2)^2$

(11) $(0,2 + 6y)^2$

(2) $(3p + 2q)^2$

(4) $(mn + 3)^2$

(6) $(8 - 3b)^2$

(8) $\left(\frac{y}{5} - 3\right)^2$

(10) $\left(4 + \frac{3}{n}\right)^2$

(12) $\left(\frac{2m}{p} + \frac{p^2}{3m}\right)^2$

Vb. 4 Vereenvoudig die volgende: (Korter metode!)

(a) $(m + 5n)^2 = (m)^2 + 2(m)(5n) + (5n)^2 = m^2 + 10mn + 25n^2$

(b) $(pq - 2)^2 = p^2q^2 - 4pq + 4$

(c) $\left(\frac{1}{3} + 3x\right)^2 = \frac{1}{9} + 2x + 9x^2$

Oefening 4:

Vereenvoudig(Gebruik die korter metode!)

- | | |
|-------------------------|---|
| (1) $(x - 3)^2$ | (2) $(6m - 1)^2$ |
| (3) $(3y + 7)^2$ | (4) $(3 + pq)^2$ |
| (5) $(5t^2 + 8)^2$ | (6) $\left(\frac{2}{3} - 6y\right)^2$ |
| (7) $(-2k - 5)^2$ | (8) $\left(\frac{3p - 2q}{5m}\right)^2$ |
| (9) $(4x^2 + 10y^2)^2$ | (10) $(2mn + 7)(7 + 2mn)$ |
| (11) $(8 - 3y)(8 + 3y)$ | (12) $-2(abc - 11)^2$ |

A2.1.3 Tweeterme en drieterme:**Vb. 5 Vereenvoudig die volgende produkte:**

$$\begin{aligned}
 & (4y + 1)(y^2 - y + 5) \\
 &= 4y^3 - 4y^2 + 20y + 1y^2 - 1y + 5 \\
 &= 4y^3 - 3y^2 + 19y + 5
 \end{aligned}$$

Oefening 5:

Vereenvoudig die volgende:

- | | |
|--|---|
| (1) $(2a - 3)(a^2 + 5a - 4)$ | (2) $(m + 7)(2m^2 + 3m + 3)$ |
| (3) $(1 + x)(1 - x + x^2)$ | (4) $(3y - 2)(9y^2 + 6y + 4)$ |
| (5) $\left(2m + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{m^2}{4} + 4 - 4m\right)$ | (6) $(m^2n^2 - 5)(25 + 5m^2n^2 + m^4n^4)$ |

A2.1.4 Die som en verskil van twee derdemagte:**Vb. 6 Beskou die volgende:****Produk:**

$$(a) (x - 3)(x^2 + 3x \oplus 9) = x^3 + 3x^2 + 9x - 3x^2 - 9x - 27 = x^3 - 27$$

$$(b) (y + 5)(y^2 - 5y \oplus 25) = y^3 - 5y^2 + 25y + 5y^2 - 25y + 125 = y^3 + 125$$

Patroon:

$$(c) (4m - 1)(16m^2 + 4m \oplus 1) = (4m - 1)[(4m)^2 + (4m)(1) + (1)^2] = 64m^3 - 1$$

Patroon:

$$(d) (n^2 + 2)(n^4 - 2n^2 \oplus 4) = (n^2 + 2)[(n^2)^2 - (2)(n^2) + (2)^2] = n^6 + 8$$

Oefening 6:

Skryf die volgende produkte direk neer, indien moontlik:

- | | |
|--|--|
| (1) $(a + 3)(a^2 - 3a + 9)$ | (2) $(2y^3 + 4)(4y^6 - 8y^3 + 16)$ |
| (3) $\left(\frac{x}{3} - 1\right)\left(\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + 1\right)$ | (4) $\left(6a^2 - \frac{1}{2}\right)\left(36a^4 + 3a^2 + \frac{1}{4}\right)$ |
| (5) $(5q + 7)(25q^2 - 35q + 49)$ | (6) $(8 - 3m)(9m^2 + 24m + 64)$ |
| (7) $(x - 5)(x^2 - 5x + 25)$ | (8) $(0,1 + 0,2y)(0,01 - 0,02y + 0,04y^2)$ |
| (9) $(9a^4 + 6a^2b + 4b^2)(3a^2 - 2b)$ | (10) $2(-1 + 5m)(25m^2 + 5m + 1)$ |

A2.1.5 Vereenvoudiging van uitdrukkings:**Onthou: Orde van bewerkings!****Vb. 7 Vereenvoudig die volgende:**

$$\begin{aligned}
 \text{(a) } & x(x - 2) + 3(x - 2)(x + 2) \\
 & = x^2 - 2x + 3(x^2 - 4) \\
 & = x^2 - 2x + 3x^2 - 12 \\
 & = 4x^2 - 2x - 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b) } & (m - 4n)^2 - (n + m)^2 \\
 & = m^2 - 8mn + 16n^2 - 1(n^2 + 2mn + m^2) \\
 & = 1m^2 - 8mn + 16n^2 - 1n^2 - 2mn - 1m^2 \\
 & = 15n^2 - 10mn
 \end{aligned}$$

Oefening 7:

Vereenvoudig:

- | | |
|---|--|
| (1) $2a(a + 1) - 3(a - 1)^2$ | (2) $(m^3 + 3m^2 - 2m - 2)m + 4(m^3 + 5m^2 - 6)$ |
| (3) $(x - 1)(x^2 - x + 1) + 3(x - 2) - x^3$ | (4) $(y - 1)(y + 1)(y^2 + 1)$ |
| (5) $-2(2c + 1)(c - 2) - 2(2c - 1)^2$ | (6) $\frac{1}{2}(4p - 3)^2 - \left(\frac{p}{2} + 2\right)^2$ |
| (7) $a^2 + b^2 - (2a - b)^2 + (a + 2b)^2$ | (8) $(3y + 1)(9y^2 + 1)(3y - 1)$ |
| (9) $7 - 3(5t - 6) + 2t - (t - 1)(t + 1)$ | (10) $(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2) + (x + 3y)(x - 3y)$ |
| (11) $(2p - 3)(4p^2 + 6p + 9)(8p^3 + 27)$ | (12) $(x - y + k)(x - y - k)$ |
| (13) $(p - 3)^3$ | (14) $[(2m + n)(4m^2 - 2mn + n^2)]^2$ |
| (15) $(x + y)(x - y) - (x - y)^2 + (x + y)^2 - x(x + y) + (x - y)(x^2 + 2xy + y^2)$ | |

$$\textcircled{\smiley} \quad \text{Vereenvoudig:} \quad (\text{a}) \quad (x^m + y^n)^2 \qquad (\text{b}) \quad (a^{x+1} - 2)(a^{x+1} + 2)$$

A2.2 Faktorisering:

A2.2.1 Gemeenskaplike faktor:

Vb.8 Faktoriseer volledig:

Kontroleer jou antwoord:

$$(\text{a}) \quad 12mx^2 - 2mx = 2mx(6x - 1) \leftrightarrow 2mx \times 6x + 2mx \times -1 = 12mx^2 - 2mx$$

$$(\text{b}) \quad p^3q^2r + p^2qr^3 = p^2qr(pq + r^2)$$

$$(\text{c}) \quad 2(m + n) + y(m + n) = (m + n)(2 + y)$$

$$(\text{d}) \quad 2a(x - y) - 5(y - x) = 2a(x - y) - 5[-(-y + x)] \\ = 2a(x - y) + 5(x - y) = (x - y)(2a + 5)$$

Oefening 8:

Faktoriseer volledig:

$$(1) \quad 4am + 3a^2m^4$$

$$(2) \quad 12x^2 - 132y^2$$

$$(3) \quad -p^5q^3 + pq$$

$$(4) \quad 4x^2 - 8x + 1$$

$$(5) \quad \frac{1}{2}abc + \frac{1}{2}a^2bc^2$$

$$(6) \quad 5r^7R^4 + 15r^5R^2$$

$$(7) \quad 7x(3y - 1) - 2(3y - 1)$$

$$(8) \quad 12x^3t - 14xt^3 + 16x^2t^2$$

$$(9) \quad 2gh + 18g^2h + 3g^3h$$

$$(10) \quad a(2m + 3) + b(3 + 2m)$$

$$(11) \quad 3g(3g + h) - (3g + h)$$

$$(12) \quad 4b + 5 + 7a(4b + 5)$$

$$(13) \quad r(x - y) + (y - x) + 2t(x - y)$$

$$(14) \quad 5ab(d - 4c) - 7a(4c - d)$$

$$(15) \quad 4xy + 2 - k(2xy + 1)$$

$$(16) \quad y^4(x^2 - 5) + y(x^2 - 5)$$

A2.2.2 Groepering:

Vb.9 Faktoriseer volledig:

$$(\text{a}) \quad ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) \\ = (x + y)(a + b)$$

$$(\text{b}) \quad 4m^2 + n - pn - 4m^2p = 1(4m^2 + n) - p(n + 4m^2) \\ = (4m^2 + n)(1 - p)$$

Oefening 9:

Faktoriseer volledig:

- | | |
|-----------------------------------|--|
| (1) $r - s - 5r + 5s$ | (2) $3am^3 + 6am + 7m^2n + 14n$ |
| (3) $pq - pr + q^2 - qr$ | (4) $4x - 8k - rtx + 2rtk$ |
| (5) $aw - bw + 2bw - 2aw$ | (6) $p^2 + p(2 + q) + 2q$ |
| (7) $mx + nx + rx - my - ny - ry$ | (8) $pq - 1 + p - q$ |
| (9) $g(h - j) + g^2 - hj$ | (10) $3mn^3 + 2mt - 7m + 3kn^3 + 2kt - 7k$ |

A2.2.3 Verskil tussen twee vierkante:**Vb. 10** Faktoriseer volledig:

(a) $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

(b) $144r^2 - p^{16} = (12r + p^8)(12r - p^8)$

$$\begin{aligned}
 \text{(c) } m^2n^2 - (2mn + 1)^2 &= [mn - (2mn + 1)][mn + (2mn + 1)] \\
 &= [mn - 2mn - 1][mn + 2mn + 1] \\
 &= [-mn - 1][3mn + 1]
 \end{aligned}$$

Oefening 10:

Faktoriseer volledig:

- | | | |
|--|--|------------------------|
| (1) $c^2 - 81$ | (2) $1 - p^2$ | (3) $x^2y^2 - 25$ |
| (4) $9 + k^2$ | (5) $m^{10} - 16$ | (6) $r^6 - k^2$ |
| (7) $(xyz)^2 - 121$ | (8) $n^2 - 50$ | (9) $-9 + t^4$ |
| (10) $2x^2 - 8$ | (11) $-y^2 - 49$ | (12) $(x + y)^2 - 100$ |
| (13) $p^2m + p^2 - m - 1$ | (14) $(m - 3)^2 - (m + 2)^2$ | |
| (15) $x^3 - 9x$ | (16) $m^4 - n^4$ | |
| (17) $ab^7x - ab^3x$ | (18) $y^2 - \frac{1}{4}$ | |
| (19) $3b(q^2 - 9) + 2(q^2 - 9)$ | (20) $a^3b - 8ab$ | |
| (21) $5k(p^2 - 4) + 2a(p^2 - 4) - (p^2 - 4)$ | (22) $a^{12} - 81$ | |
| (23) $(3r - 2)^2 - 4r^2$ | (24) $q^4(x^2 - 2x - 5) - k^2(x^2 - 2x - 5)$ | |
| (25) $4m^2 - n^2 + 2m + n$ | (26) $3p^2 - 2q - 3q^2 + 2p$ | |
| (27) $16(x - y)^2 - 25(2x + 3y)^2$ | (28) $(a - b + c)^2 - (a + b - c)^2$ | |

A2.2.4 Drieterme:**Vb. 11** Faktoriseer volledig:**Patroon:**

$$(a) \quad x^2 + \underline{4x} + \underline{3} = (x + 3)(x + 1) \quad \rightarrow \quad +3 \times +1 = \underline{+3} \quad \text{en} \quad +3 + 1 = \underline{+4}$$

$$(b) \quad x^2 - \underline{7x} + \underline{12} = (x - 3)(x - 4) \quad \rightarrow \quad -3 \times -4 = \underline{+12} \quad \text{en} \quad -3 - 4 = \underline{-7}$$

$$(c) \quad y^2 + \underline{6y} - \underline{7} = (y + 7)(y - 1) \quad \rightarrow \quad +7 \times -1 = \underline{-7} \quad \text{en} \quad +7 - 1 = \underline{+6}$$

$$(d) \quad m^2 - \underline{1m} - \underline{12} = (m - 4)(m + 3) \quad \rightarrow \quad -4 \times +3 = \underline{-12} \quad \text{en} \quad -4 + 3 = \underline{-1}$$

Oefening 11:

Faktoriseer volledig:

(1) $x^2 + 5x + 6$

(2) $y^2 + 3y - 4$

(3) $m^2 - 3m - 10$

(4) $p^2 - 2p - 8$

(5) $k^2 + k - 20$

(6) $b^2 + 11b + 10$

(7) $a^2 - 5a - 14$

(8) $x^4 + 6x^2 + 9$

(9) $7 - 8q + q^2$

(10) $s^2 + 10s - 24$

(11) $p^2 - p - 6$

(12) $d^2 + 10d + 25$

(13) $p^2 - 2p + 1$

(14) $c^6 + 5c^3 - 24$

(15) $12 + 8s + s^2$

(16) $r^2 - 11r - 12$

(17) $k^2 - 15 - 10$

(18) $g^2 + 14g - 72$

(19) $m^2 - 18m - 144$

(20) $a^2 + 2a - 63$

(21) $t^2 - 13t + 42$

(22) $2t^2 - 12t + 10$

(23) $r^4 + 2r^2 - 24$

(24) $100 - 21y - y^2$

(25) $7k - 60 + k^2$

(26) $y^3 - 3y^2 - 18y$

(27) $m^2 + m + \frac{1}{4}$

(28) $x^2 - 4xy + 3y^2$

(29) $15y^2 - 8y + 1$

(30) $15 - 2d - d^2$

(31) $n^3 + 8n^2 + 12n$

(32) $p^2 + 3pq - 18q^2$

(33) $-8 + 4x + 4x^2$

(34) $p^2q^4 - pq^2 - 12$

(35) $-k^2 + 12k - 35$

(36) $8m^2 - 7m - 1$

(37) $x^2(a^2 + 5a + 6) - y^2(a^2 + 5a + 6)$

(38) $2t^4 - 26t^2 + 72$

(39) $(x + 1)^2 + 3(x + 1) - 28$

(40) $x^2(y^2 - 9) - 4x(y^2 - 9) - 12(y^2 - 9)$

(41) $m^4n^4 + 4m^2n^2 - 5$

(42) $(2c - 1)^2 + 8(2c - 1) + 16$

A2.2.5 Nog drieterme:

Vb. 12 Faktoriseer volledig: (a) $8x^2 + 2x - 15$

$= (4x - 5)(2x + 3)$

(b) $5a^2 + 17ab + 6b^2$

$= (5a + 2b)(1a + 3b)$

Oefening 12:

Faktoriseer volledig:

(1) $3x^2 + 10x + 3$

(2) $6y^2 - y - 2$

(3) $5t^2 + 8t - 4$

(4) $6n^2 - 29n + 9$

(5) $3p^2 - 16p + 21$

(6) $12g^2 - 4g - 1$

(7) $14r^2 + 17r + 5$

(8) $10q^2 + q - 9$

(9) $8c^2 - 18c + 7$

(10) $6m^2 - 7mn + 2n^2$

(11) $15p^2 - pq - 2q^2$

(12) $12 - 35x + 25x^2$

(13) $20s^2 - 44st - 15t^2$

(14) $20a^2 - ab - 12b^2$

(15) $9m^2 - 12m + 4$

(16) $x^2 - 2xy + y^2$

(17) $10k^2 - 18k - 10$

(18) $25a^2 - 30ab + 9b^2$

(19) $18c^2d^2 - 15cd - 12$

(20) $-12 + 23b^2 - 10b^4$

(21) $m^2 - 4mn + 4n^2 - 9x^2$

(22) $4p^2 - 12pq + 9q^2 - 16y^2$

(23) $x^2 - n^2 + 2mn - m^2$

(24) $9a^2 - 1 - 25y^2 + 10y$

A2.2.6 Som en verskil van derdemagte:

Vb. 13 Faktoriseer volledig: (a) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

(b) $x^3 - y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

Sien A2.1.4 op bladsy 13 (Die som en verskil van twee derdemagte) vir die patroon.

Oefening 13:

Faktoriseer volledig:

(1) $a^3 - 1$

(2) $m^3 - 8$

(3) $1\,000 + t^3$

(4) $x^6 + y^9$

(5) $c^3d^3 + 64$

(6) $125 - p^{12}$

(7) $8p^3 + 27q^3$

(8) $100 - y^6$

(9) $1 - 216t^3$

(10) $r^3 + \frac{1}{8}$

(11) $3b^4 - 3b$

(12) $-t^3 - s^3$

(13) $\frac{2x^3}{y^9} + 54$

(14) $0,001a - ab^6$

(15) $(x - y)^3 + y^3$

(16) $m^6(p^6 + 8) - 8(p^6 + 8)$

☺ Faktoriseer volledig: $x^2 - 4x + 4 - 3xy + 6y$

[Wenk: gebruik groepering!]

A2.3 Algebraïese breuke:**A2.3.1 Vermenigvuldiging en deling:**

Vb.14 Vereenvoudig (aanvaar dat geen noemer nul is nie!):

(a) $\frac{12y - 3y^2}{6y} = \frac{3y(4 - y)}{2 \cancel{6}y} = \frac{1(4 - y)}{2} = \frac{4 - y}{2}$

(b) $\frac{x^2(1-y) + x(1-y) - 6(1-y)}{(x+3)(y-1)} = \frac{(1-y)(x^2 + x - 6)}{(x+3)(y-1)} = \frac{-(y-1)(x^2 + x - 6)}{(x+3)\cancel{(y-1)}}$

$$= \frac{-(x^2 + x - 6)}{(x+3)} = \frac{-1\cancel{(x+3)}(x-2)}{\cancel{(x+3)}} = -(x-2) = -x + 2$$

$$(c) \frac{6ab^2}{5ac} \times 3b^3c^2 \div \frac{18a^2bc}{10a} = \frac{6a^1b^2}{5a^1c^1} \times \frac{3b^3c^2}{1} \times \frac{10a^1}{18a^2b^1c^1}$$

$$= \frac{180a^2b^5c^2}{90a^3b^1c^2} = \frac{(180 \div 90)b^{5-1}}{a^{3-2}} = \frac{2b^4}{a}$$

$$(d) \frac{y^2 + y}{y^2 + 2y + 1} \div \frac{y^3 + y^2 - 2y}{y^2 - 1} = \frac{y(y+1)}{(y+1)(y+1)} \times \frac{y^2 - 1}{y^3 + y^2 - 2y}$$

$$= \frac{y}{(y+1)} \times \frac{(y+1)(y-1)}{y(y^2 + y - 2)}$$

$$= \frac{\cancel{y}}{(y+1)} \times \frac{(y+1)(y-1)}{\cancel{y}(y+2)(y-1)} = \frac{1}{(y+2)}$$

Oefening 14:

Vereenvoudig: (Geen noemer is nul nie.)

$$(1) \frac{-28x^3y}{8x^2y^2}$$

$$(2) \frac{6m^3}{30m^3n}$$

$$(3) \frac{ab + b}{b}$$

$$(4) \frac{3d^2 + d}{3d^2}$$

$$(5) \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4}$$

$$(6) \frac{(c + 1)(c - 5)}{2c + 2}$$

$$(7) \frac{3t(p-2) + (p-2)}{(3t+1)}$$

$$(8) \frac{2q^2 + q - 6}{2q^2 + 4q}$$

$$(9) \frac{2x^2 - 18}{12x - 4x^2}$$

$$(10) \frac{m^2n^2 - 25}{5 + mn}$$

$$(11) \frac{a^2 - 3a - 4}{a^2 - 16}$$

$$(12) \frac{3(t + 3) + 7r(3 + t)}{2t + 6}$$

$$(13) \frac{4y^2 - 16}{4y^2 + 16}$$

$$(14) \frac{a^2 - 4}{a^2 + a} \times \frac{a + 1}{a + 2}$$

$$(15) \frac{mn - m^2}{m^2 - n^2} \div \frac{m^2}{n^2 + mn}$$

$$(16) \frac{p^2(q - 5) + 6p(q - 5) + 8(q - 5)}{(q - 5)^2(p + 2)}$$

$$(17) \frac{(b - 1)(b + 4) - 3(b - 1)}{b^2 - 1}$$

$$(18) \frac{p^2 + p - 12}{p^2 + 4p} \times \frac{p^3 - 3p^2}{p^2 - 9}$$

$$(19) \frac{q^2 - 4}{q^2 + q - 6} \div \frac{q^2 + q - 2}{q^2 + 4q + 3}$$

$$(20) \frac{b^2 + 6b + 9}{b^2 + 2b - 3} \div \frac{b^2 - 1}{b^2 + b - 6}$$

$$(21) \frac{3y^2 + 27}{2y + 6} \times \frac{6y - 18}{y^4 - 81}$$

$$(22) \frac{5 - 15x}{3x^2 - 10x + 3} \div \frac{15 - 2x - x^2}{x^2 + 4x - 5}$$

$$(23) \frac{p^2 + p - 2}{2p - 4} \times \frac{4 - p^2}{p + 1}$$

$$(24) \quad \frac{4-8t}{4t^2-4t+1} \div \frac{2t+2}{1-t-2t^2}$$

$$(25) \quad \frac{x^3-8y^3}{2-2y} \div \frac{x^2+2xy+4y^2}{x+y}$$

$$(26) \quad \frac{m^2+2m-8}{m^3-m} \times \frac{1+m}{16-m^2} \div \frac{m-4}{m^3+6m^2-7m}$$

$$(27) \quad \frac{xy+2x}{xy-2x} \div \left(\frac{y^2+2y}{y+3} \times \frac{y^2}{xy^2-3yx+2x} \right)$$

A2.3.2 Optel en aftrek:

Vb.15 Vereenvoudig. Toon alle beperkings aan!

$$(a) \quad \frac{2m}{m-n} + \frac{3m}{m-n} = \frac{2m+3m}{(m-n)} = \frac{5m}{m-n}$$

$$\text{KGV} = (m-n)$$

Beperkings: $m-n \neq 0 \quad \therefore m \neq n$

$$(b) \quad \frac{12}{y^2-4} - \frac{5}{y^2+2y}$$

$$= \frac{12}{(y-2)(y+2)} - \frac{5}{y(y+2)}$$

$$\text{KGV} = y(y-2)(y+2)$$

$$= \frac{12}{(y-2)(y+2)} \times \frac{y}{y} - \frac{5}{y(y+2)} \times \frac{(y-2)}{(y-2)}$$

$$= \frac{12y}{y(y-2)(y+2)} - \frac{5(y-2)}{y(y+2)(y-2)}$$

$$= \frac{12y-5(y-2)}{y(y-2)(y+2)}$$

$$= \frac{12y-5y+10}{y(y-2)(y+2)}$$

$$= \frac{7y+10}{y(y-2)(y+2)}$$

Beperkings: $* y \neq 0$

$* (y-2) \neq 0 \quad \therefore y \neq 2$

$* (y+2) \neq 0 \quad \therefore y \neq -2$

Oefening 15:

Vereenvoudig. Toon, waar nodig, alle beperkings aan!

$$(1) \quad \frac{x-3}{2} + \frac{5x}{2}$$

$$(2) \quad \frac{3-2m}{mn} + \frac{m+1}{mn}$$

$$(3) \quad \frac{4}{x-1} - \frac{2}{x-2}$$

$$(4) \quad \frac{-1}{q+p} - \frac{3}{q-p}$$

(5)
$$\frac{5}{(y+2)^2} + \frac{3}{y^2-4}$$

(6)
$$\frac{m}{n^2-n} + \frac{3m}{n^2-2n}$$

(7)
$$\frac{4}{p^2+2p-3} - \frac{2}{p^2-1}$$

(8)
$$\frac{8}{9-y^2} - \frac{3}{y-3}$$

(9)
$$\frac{3}{x} + \frac{2}{x^2+x} - \frac{1}{x^2-1}$$

(10)
$$\frac{2}{q^2+3q-10} - \frac{1}{(q-2)^2}$$

(11)
$$\frac{2t-3}{t+2} - \frac{t+7}{t^2+5t+6}$$

(12)
$$\frac{2}{3d^2-6d} + \frac{3d}{2d^3-2d^2}$$

(13)
$$\frac{3}{m+3} - \frac{2}{3-m} + \frac{18}{m^2-9}$$

(14)
$$\frac{3}{(x-1)^2} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{(1-x)^2} - \frac{4}{x+1}$$

☺ As $y + \frac{1}{y} = 3$, bereken, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van:

[Wenk: Kwadreer die gegewe en gebruik faktoriserings!]

(a)
$$y^2 + \frac{1}{y^2}$$

(b)
$$y^3 + \frac{1}{y^3}$$

A2.4 HERSIENINGSOEFENING:

(1) Vereenvoudig die volgende produkte:

(a)
$$-2(b-9)(b+9)$$

(b)
$$(q+3p)^2$$

(c)
$$c^2(c^2-b^2)(c^2+b^2)$$

(d)
$$(2x-5)(4x^2+10x+25)$$

(e)
$$(b^2+9b+9)(b-3)$$

(f)
$$-(3xy+3m)^2$$

(g)
$$\left(\frac{x}{y}-4\right)^2$$

(h)
$$(m-6n)(m^2+36n^2)(m+6n)$$

(i)
$$(pq+rs)(pq-rs) - (pq+rs)^2$$

(j)
$$(3c+5)(2c)(1-2c)$$

(k)
$$\left(\frac{1}{3}m - \frac{1}{2}n\right)^2$$

(l)
$$[(mn+3)(mn-3)]^2$$

(m)
$$\{2y[(x-2y) - 4(3y-2x)]\}$$

(n)
$$a^2 + 3a^2(a+1) - (4a-1)^2 + (a^2-7a) - (a-1)(a+1)$$

(2) Faktoriseer volledig:

(a) $7x^2 - 28y^2$

(b) $x^2 - 5x - xy + 5y$

(c) $q^3 - 2q^2 + q$

(d) $8p^3 + 125$

(e) $4 - m(5 - m)$

(f) $10t^2 + 22t + 4$

(g) $b^8 - 1$

(h) $7(p^4 - q^2) + 3y(p^4 - q^2)$

(i) $2t^2 - \frac{r^2}{2}$

(j) $16b^3 - 432$

(k) $4d^2 - 2(5d + 3)$

(l) $9 - 9(m + n)^2$

(m) $(x + 2y)^2 - 4(x + 2y) - 12$

(n) $(2x + 3y)^2 - (x - y)^2$

(3) Vereenvoudig. Toon, waar nodig, alle beperkings aan!

(a) $\frac{c^2 - 2c - 15}{c^2 - 3c - 10}$

(b) $\frac{p^2 - 4q^2}{5p + 10q} \times \frac{5q + 5p}{7p - 14q}$

(c) $\frac{m}{m + n} - \frac{n}{m - n} - 1$

(d) $\frac{3y^2 + 9y - 30}{3y^2 + 12y} \div \frac{y^2 - 25}{y^2 - y - 20}$

(e) $\frac{2}{a^2 - b^2} - \frac{2}{(a - b)^2}$

(f) $\frac{16y^2 - 49}{2y^2 - y - 1} \div \frac{4y^2 + y - 14}{2y^2 + 5y + 2}$

(g) $\frac{x^2 + xm + xn + mn}{x^2 - xm + m^2} \times \frac{x^4 - x^3m + x^2m^2}{2x + 2n}$

(h) $\left(\frac{x}{y - x} - \frac{x}{y + x}\right) \div \left(\frac{x^2}{x^2 + y^2} - \frac{x^2}{x^2 - y^2}\right)$

(i) $\frac{5m - 11}{m^2 - 5m + 6} + \frac{m - 3}{m - 2} - \frac{2m + 1}{3 - m}$

(j) $\frac{2 - \frac{1}{x + 3}}{\frac{4}{x - 1} + 3}$
