Graad 12 – Boek B

(Eerste KABV uitgawe)

INHOUD:

		Bladsy:
B1.	Differensiasie	3
B2.	Waarskynlikheid	141

Hierdie boek is opgestel en verwerk deur E.J. Du Toit in 2023.

Webtuiste: www.abcbooks.co.za

Kopiereg © 2023. Alle kopiereg word voorbehou. Geen deel van hierdie publikasie mag in enige vorm gereproduseer word nie; tensy skriftelike toestemming daarvoor verkry is.

MET SPESIALE DANK EN ERKENNING AAN DIE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS VIR DIE GEBRUIK VAN UITTREKSELS UIT OU VRAESTELLE.

ISBN 978-1-928336-52-5

Besoek ook www.abcmathsandscience.co.za vir ekstra oefeninge, toetse en vraestelle.

HERSIENING UIT OU VRAESTELLE:

Oefening A: Datum:_____

(1) (a) Gebruik die definisie en differensieer $f(x) = 1 - 3x^2$. (Gebruik eerste beginsels) (4)

(b) Bereken $D_x\left[4 - \frac{4}{x^3} - \frac{1}{x^4}\right]$ (3)

(c) Bepaal $\frac{dy}{dx}$ as $y = \left(1 + \sqrt{x}\right)^2$ (3)

(2) Gegee: $g(x) = (x - 6)(x - 3)(x + 2)$

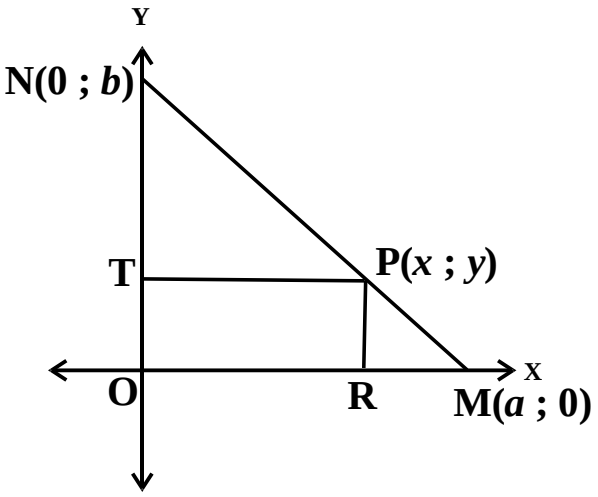
(a) Bereken die y-afsnit van g. (1)

(b) Skryf die x-afsnitte van g neer. (2)

(c) Bepaal die draaipunte van g. (6)

(d) Skets die grafiek van g. (4)

(3) 'n Boer het 'n stuk grond in die vorm van 'n reghoekige driehoek OMN, soos in die figuur hieronder. Hy ken reghoekige gedeelte PTOR, van die grond, toe aan sy dogter. Hy gee haar die vryheid van keuse om P enige plek langs die grens MN te kies. Laat OM $= a$, ON $= b$ en P$(x\ ;\ y)$ enige punt op MN wees.



(a) Bereken die vergelyking van MN in terme van a en b. (2)

(b) Bewys dat die grond wat die dogter kan kies ′n maksimum oppervlakte sal hê as sy P kies as die middelpunt van MN. (6)

Oefening B: Datum:_____

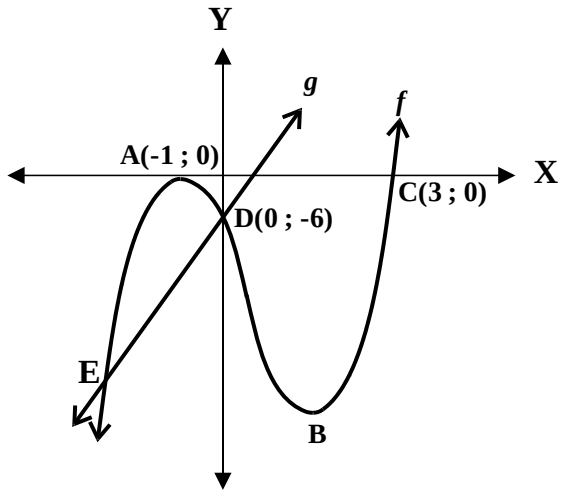
(1) (a) Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels as $f(x) = 9 - x^2$ (5)

(b) Evalueer:

(i) $D_x\left[1 + 6\sqrt{x}\right]$ (2)

(ii) $\frac{dy}{dx}$ as $y = \frac{8 - 3x^6}{8x^5}$ (4)

(2) Die grafieke van $g(x) = 6x - 6$ en $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ is hieronder geskets. $A(-1\ ;\ 0)$ en $C(3\ ;\ 0)$ is die x-afsnitte van f. Die grafiek van f het draaipunte by A en B. $D(0\ ;\ -6)$ is die y-afsnit van f. E en D is die snypunte van die grafieke van f en g.



(a) Toon aan dat $a = 2$; $b = -2$; $c = -10$ en $d = -6$. (5)

(b) Bereken die koördinate van die draaipunt B. (5)

(c) $h(x)$ is die vertikale afstand tussen $f(x)$ en $g(x)$, met ander woorde, $h(x) = f(x) - g(x)$. Bereken x sodat $h(x)$ 'n maksimum is, waar $x < 0$. (5)

(3) Die raaklyn aan kromme van $g(x) = 2x^3 + px^2 + qx - 7$ by $x = 1$ het die vergelyking van $y = 5x - 8$.

(a) Toon aan dat $(1\,;\,-3)$ die raakpunt van die raaklyn aan die grafiek is. (1)

(b) Bereken vervolgens of andersins die waardes van p en q. (6)

(4) 'n Derdegraadse funksie f het die volgende eienskappe: (4)

* $f\left(\frac{1}{2}\right) = f(3) = f(-1) = 0$
* $f'(2) = f'\left(-\frac{1}{3}\right) = 0$
* f is dalend slegs vir $x \in \left[-\frac{1}{3}\,;2\right]$

Teken 'n moontlike sketsgrafiek van f, en dui die x-koördinate van die draaipunte en AL die x-afsnitte duidelik aan.

Oefening C: Datum:_____

(1) (a) Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels as $f(x) = 2x^2 - 5$ (5)

(b) Evalueer:
$\frac{dy}{dx}$ as $y = x^{-4} + 2x^3 - \frac{x}{5}$ (3)

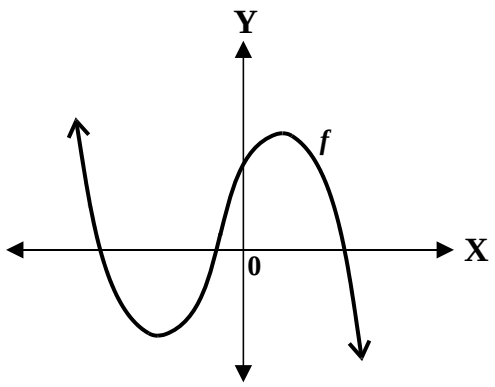
(c) Gegee: $g(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

(i) Bereken $g'(x)$ vir $x \neq 1$. (2)

(ii) Verduidelik waarom dit nie moontlik is om $g'(1)$ te bepaal nie. (1)

(2) Die grafiek van die funksie
$f(x) = -x^3 - x^2 + 16x + 16$
is langsaan geskets.

(a) Bereken die x-koördinate van f se draaipunte. (4)



(b) Bereken die x-koördinaat van die punt waar $f'(x)$ 'n maksimum sal wees. (3)

(3) Beskou die grafiek van $g(x) = -2x^2 - 9x + 5$.

(a) Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die grafiek van g by $x = -1$. (4)

(b) Vir watter waardes van q sal die lyn $y = -5x + q$ nie die parabool sny nie? (3)

(4) Gegee: $h(x) = 4x^3 + 5x$

Verduidelik of dit moontlik is om 'n raaklyn met 'n negatiewe gradient aan die grafiek van h te teken. Toon AL jou berekeninge. (3)

(5) ′n Partikel beweeg langs ′n reguitlyn. Die afstand, s (in meter), van die partikel vanaf ′n vaste punt op die lyn na t sekondes ($t \geq 0$) word gegee deur $s(t) = 2t^2 - 18t + 45$.

(a) Bereken die partikel se aanvanklike snelheid. (3)
(Snelheid is die tempo van verandering van afstand.)

(b) Bepaal die tempo waarteen die snelheid van die partikel teen t sekondes verander. (1)

(c) Na hoeveel sekondes sal die partikel die naaste aan die vaste punt wees? (2)

Oefening D: Datum:_____

(1) (a) Gebruik die definisie van die afgeleide (eerste beginsels) om $f'(x)$ te bepaal, indien $f(x) = 2x^2$. (5)

(b) Bepaal $\frac{dy}{dx}$ indien $y = \frac{2\sqrt{x} + 1}{x^2}$ (4)

(c) Bereken die waardes van a en b indien $f(x) = ax^2 + bx + 5$ 'n raaklyn by $x = -1$ het wat gedefinieer word deur die vergelyking $y = -7x + 3$. (6)

(2) Gegee: $f(x) = -x^3 - x^2 + x + 10$

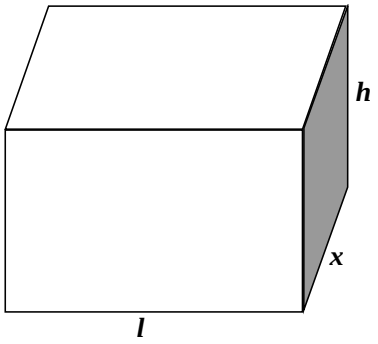
(a) Skryf die koördinate van die y-afsnit van f neer. _____ (1)

(b) Dui aan dat $(2\ ;\ 0)$ die enigste x-afsnit van f is. (4)

(c) Bereken die koördinate van die draaipunte van f. (6)

(d) Skets die grafiek van f. Dui alle afsnitte met die asse sowel as alle draaipunte duidelik aan. (3)

(3) 'n Reghoekige houer word op so 'n manier vervaardig dat die lengte (l) van die basis drie keer langer as die breedte is. Die material wat gebruik word om die bokant en die basis van die houer te vervaardig, kos R100 per vierkante meter. Die material wat gebruik word om die kante van die houer te vervaardig kos R50 per vierkante meter. Die houer moet 'n volume



(a) Bepaal 'n uitdrukking vir die hoogte (h) van die houer in terme van x. (3)

(b) Dui aan dat die koste om die houer te vervaardig as $\mathrm{K} = \frac{1\,200}{x} + 600x^2$ uitgedruk kan word. (3)