

# **Graad 10 – Boek D**

**(Hersiene KABV uitgawe)**

## **INHOUD:**

### **Bladsy:**

D1. Data hantering – berekeninge	3
D2. Data hantering – voorstelling	69
D3. Waarskynlikheid	97

Hierdie boek is opgestel en verwerk deur E.J. Du Toit in 2011.

**Hersiene uitgawe 2023.**

Webtuiste: [www.abcbooks.co.za](http://www.abcbooks.co.za)

Kopiereg © 2011. Alle kopiereg word voorbehou. Geen deel van hierdie publikasie mag in enige vorm gereproduseer word nie; tensy skriftelike toestemming daarvoor verkry is.

ISBN 978-1-919957-08-1

**Besoek ook [www.abcmathsandscience.co.za](http://www.abcmathsandscience.co.za) vir ekstra oefeninge, toetse en vraestelle.**



## Hoofstuk D1

### Data hantering - berekeninge

#### D1.1 Belangrike terme:

##### D1.1.1 Diskrete data:

Dit is inligting wat ingesamel is deur dit te **tel**. Soos byvoorbeeld die aantal mense wat daaglik 'n kliniek besoek soos in voorbeeld 2 op bladsy 5.

##### D1.1.2 Kontinue data:

Dit is inligting wat verkry word deur middel van **meting**. Hierdie data word gewoonlik gemeet tot 'n aanvaarbare graad van akkuraatheid en kan dus nie noodwendig presies weergegee word nie.

##### D1.1.3 Ongegroepeerde data:

Ongegroepeerde data is data wat elkeen as 'n klas op hul eie geklassifiseer kan word soos in voorbeeld 1 hieronder. Hierdie data kan gerangskik word om die tel daarvan te vergemaklik, maar dit is nie noodsaaklik nie.

**Vb. 1 Die volgende tabel toon die aantal ure (X), per week aan wat 'n sekere groep mense TV kyk:**

5	7	2	4	3	3	5	7	6	5	6	2	3
3	4	7	2	5	6	3	5	7	3	4	2	

**Hier is net 6 verskillende moontlikhede nl. 2, 3, 4, 5, 6 of 7. Daarom is dit nie nodig om die data te groepeer nie. Indien nodig, kan dit georden word:**

2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4
5	5	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	

**Bogenoemde data kan dan in 'n ongegroepeerde frekwensieverspreidingstabel voorgestel word:**

X	F	C <sub>F</sub>	%
7	4	4	16
6	3	7	12
5	5	12	20
4	3	15	12
3	6	21	24
2	4	25	16
	$\sum F = N = 25$		100

**Met:**

X → die aantal ure per week

F → frekwensie

C<sub>F</sub> → kumulatiewe frekwensie

N → totale frekwensie

% → persentasie

**Dit is belangrik om sodanige Frekwensietabel met een oogopslag te interpreteer, bv:**

- \* Uit bogenoemde tabel is dit duidelik dat die meeste mense wat aan die opname deelgeneem het 3 ure per week aan TV kyk spandeer. Hulle verteenwoordig 24% van die deelnemers.



### D1.1.4 Gegroepeerde data:

Gegroepeerde data word georden en ingedeel in verskeie klasintervalle omdat die tel van die data op hul eie 'n te groot verskeidenheid verteenwoordig.

Vb.2 Die volgende tabel toon die aantal pasiënte per dag aan wat Kliniek A besoek het vir 'n sekere maand:

12	23	15	38	26	5	38	11	25	27	42	11	23
23	45	26	18	9	14	33	24	36	20	6	24	

Bogenoemde data kan dan voorgestel word in 'n gegroepeerde frekwensieverspreidingstabel:

Klas-interval	Klas-grense	Klas-middelpunt	Telling	F	C <sub>F</sub>	%
1 – 10	0,5 – 10,5	5,5	///	3	3	12
11 – 20	10,5 – 20,5	15,5	###-//	7	10	28
21 – 30	20,5 – 30,5	25,5	###-////	9	19	36
31 – 40	30,5 – 40,5	35,5	////	4	23	16
41 – 50	40,5 – 50,5	45,5	//	2	25	8
				N = 25		100

Ook hierdie Frekwensietabel kan met een oogopslag geïnterpreteer word:

- \* Die grootste aantal mense wat die kliniek per dag besoek val in die interval 21 – 30.
- \* Die kleinste aantal mense wat die kliniek per dag besoek val in die interval 41 – 50.

# Daar kan ook ander afleidings gemaak word, wat ons later sal bespreek!

### D1.1.5 Omvang of variasiewydte:

Die omvang of variasiewydte is die verskil tussen die hoogste en laagste waardes van die stel data wat ter sprake is. Die omvang is ook belangrik by die interpretasie van data soos later bespreek sal word in die voorbeelde.

Vb.3 Bepaal die omvang van die data in Vb.2

\*\*\*\*\*

$$\text{Omvang} = 45 - 5 = 40$$

### D1.2 Middelwaardes:

Hierdie staan ook bekend as die maatstawe van sentrale neiging. Dit is soms nodig om een stel data met 'n ander stel data te vergelyk. Dan is dit moeilik om net die rou stelle data te vergelyk. Dan word elke stel data se middelwaardes bepaal en die middelwaardes word dan vergelyk. Die middelwaardes het dus eers betekenis indien dit vergelyk of geïnterpreteer word. In sekere gevalle is dit beter om slegs een van die middelwaardes te gebruik.



**D1.2.1 Modus:**

Hierdie is die telling wat die **meeste** voorkom. Dit staan ook bekend as die modale waarde.

**Vb.4** Beskou die volgende data: 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6

**Die modus is dus 2 en 4 aangesien dit die tellings is wat die meeste kere voorkom.**

**D1.2.2 Mediaan:**

Hierdie is die telling wat presies in die **middel** voorkom. Indien daar 'n onewe aantal tellings is, dan is dit maklik om die mediaan te bepaal, maar indien daar 'n ewe aantal tellings is, dan word die gemiddeld tussen die middelste twee tellings bereken.

**Vb.5** Beskou die volgende data: 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 6

**Die mediaan sal dus tussen die 5<sup>de</sup> en 6<sup>de</sup> telling wees aangesien hier 'n ewe aantal tellings is.**

$$\therefore \text{Mediaan} = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

**D1.2.3 Rekenkundige gemiddelde:**

Die rekenkundige gemiddelde (RG) kan 'n presiese berekening wees of soms by gegroepeerde data word slegs 'n geskatte RG bereken.

Die RG of dan net die gemiddelde word as volg bereken:

$$\text{RG} = \frac{\text{Die som van al die tellings}}{\text{Die aantal tellings}}$$

**Vb.6** Beskou die volgende data: 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 6

$$\therefore \text{RG} = \frac{2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 6}{10} = \frac{35}{10} = 3,5$$

**D1.2.4 Modale klas-interval:**

Dit is die interval met die hoogste frekwensie. Hierdie maatstaf word slegs by gegroepeerde data gebruik

**D1.3 Toepassing van middelwaardes op ongegroepeerde data:**

**Vb.7** Beskou die volgende tabel, en beantwoord dan die onderstaande vrae. Die tabel toon die aantal motors wat Mnr. Bopela, 'n motorhandelaar, per week verkoop het aan.

7	4	6	8	7	4	5	6	6	8	1	7	5	6	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Orden die data.
- Is hierdie data diskreet of kontinue? Motiveer.
- Stel bogenoemde data as 'n ongegroepeerde frekwensieverspreidingstabel voor.
- Bepaal die middelwaardes van die data.
- Watter van die drie middelwaardes is die beste om te gebruik? Motiveer jou antwoord.

\*\*\*\*\*

(a) 

1	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (b) Hierdie is diskrete data want die motorverkope kon weekliks getel word.



(c)

X	F	C <sub>F</sub>	%
8	3	3	20
7	3	6	20
6	4	10	27
5	2	12	13
4	2	14	13
3	0	14	0
2	0	14	0
1	1	15	7
	N = 15		100

(d) Modus = 6 → kom die meeste kere voor

Mediaan = 6 → 8<sup>ste</sup> telling is die middelste telling

$$RG = \frac{1+4+4+5+5+6+6+6+6+7+7+7+8+8+8}{15} = \frac{88}{15} = 5,9$$

(e) Omdat al drie die middelwaardes baie naby aan mekaar is, kan enige van die drie gebruik word!

Oefening 1:

Datum: \_\_\_\_\_

(1) Bepaal die middelwaardes van die volgende stel data:

24 ; 45 ; 34 ; 23 ; 54 ; 34 ; 25 ; 56 ; 36 ; 44

---



---



---



---



---



---



---



---

(2) Die daaglikse temperature, vir 'n sekere maand, van Bloemfontein, soos gemeet om 12 uur die middag is as volg:

18	21	19	22	18	19	20	24	22	18	17	17	18	18
20	20	22	24	20	18	19	17	16	15	15	15	16	19
19	18												

(a) Stel bogenoemde data as 'n ongegroepeerde frekwensieverspreidings tabel voor, sonder om die data eers te rangskik. (Gebruik bladsy 8.)

(b) Gebruik die tabel en voorspel die gemiddelde temperatuur vir hierdie maand.

---



(c) Is hierdie data diskreet of kontinue? Motiveer.

---



---



---

(d) Bereken die middelwaardes van bogenoemde data.

---



---



---



---



---



---

(e) Watter middelwaarde is die beste om te gebruik? Motiveer.

---



---

(f) Watter moontlike maand(e) van die jaar dink jy is hier ter sprake? Motiveer volledig.

---



---



---



---

#### **D1.4 Toepassing van middelwaardes op gegroepeerde data:**

**Vb.8** Beskou die volgende tabel, en beantwoord dan die onderstaande vrae. Die tabel toon die daaglikse reënvalsyfer (in mm.) van Dorp X aan soos gemeet oor 'n tydperk van 5 weke:

4	31	21	0	0	45	23	3	11	17	4	0	2	12
13	37	48	7	11	49	0	12	0	0	40	17	9	15
0	33	45	12	6	4	47							

- (a) Is hierdie data diskreet of kontinue? Motiveer.  
 (b) Stel bogenoemde data as 'n gegroepeerde frekwensieverspreidingstabel voor.  
 (c) Bepaal die modale klas-interval van die data.  
 (d) Bepaal die geskatte rekenkundige gemiddelde reënval van Dorp X.  
 (e) Watter een van die modale klas of geskatte RG is die beste om te gebruik? Motiveer jou antwoord.

\*\*\*\*\*

**(a) Kontinue, want reënval word gemeet tot 'n sekere mate van akkuraatheid.**



(b)

Klas-interval	Klas-grense	Klas-middelpunt	Telling	F	C <sub>F</sub>	%
0 – 9	0 – 9,5	4,5	### <del>###</del> <del>###</del>	15	15	42,9
10 – 19	9,5 – 19,5	14,5	### <del>###</del>	9	24	25,7
20 – 29	19,5 – 29,5	24,5	//	2	26	5,7
30 – 39	29,5 – 39,5	34,5	///	3	29	8,6
40 – 49	39,5 – 49,5	44,5	### /	6	35	17,1
				N = 35		100

(c) Modale klas-interval is 0 – 9 , want hierdie klas het die hoogste frekwensie nl. 15.

$$\begin{aligned}
 \text{(d) Geskatte RG} &= \frac{4,5 \times 15 + 14,5 \times 9 + 24,5 \times 2 + 34,5 \times 3 + 44,5 \times 6}{35} \\
 &= \frac{67,5 + 130,5 + 49 + 103,5 + 267}{35} \\
 &= \frac{617,5}{35}
 \end{aligned}$$

**≈ 17,6 mm per dag**

(e) Die geskatte RG is 'n beter aanduiding as maatstaf vir die sentrale neiging, aangesien daar baie tellings van 0 in die modale klas is.

Oefening 2:

Datum: \_\_\_\_\_

(1) (a) Stel die onderstaande tabel as 'n gegroepeerde frekwensieverspreidingstabel voor. Kies vier toepaslike klas intervalle.

3	5	12	11	11	2	16	11	19	7	11
15	11	15	17	1	13	9				


(b) Bepaal die variasie wydte van die data in (a): \_\_\_\_\_

(c) Bepaal die modus van die data in (a): \_\_\_\_\_

(d) Bepaal die modale klas-interval van die data in (a): \_\_\_\_\_

(e) Lê die modus in die modale klas-interval? \_\_\_\_\_



(f) Bepaal die mediaan van die data in (a): \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

(g) Bepaal die RG van die data in (a): \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

(h) Watter van die middelwaardes is die beste aanduiding van die sentrale neiging van die data in die tabel? Motiveer jou antwoord.  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

(2) Die tabel toon die ouderdomme van alle lede van Green Trees Gholfkлуб aan wat in Januarie maand verjaar.

12	34	24	41	50	56	32	21	19	27	39	45
22	12	35	71	64	23	56	14	47	25	27	31
40	19	33	38	43	30	61	38	24	32	39	47
16	35	23	45	38	26	70	28	33	38	23	29
36	41	12	38	35	51	43					

(a) Bereken die omvang van die data in die tabel: \_\_\_\_\_

(b) Stel bogenoemde data as 'n gegroepeerde frekwensieverspreidingstabel voor. Kies toepaslike klas-intervalle. Dui duidelik die klas-grense en klas-middelpunte aan.


(c) Bepaal die data se modale klas-interval: \_\_\_\_\_

(d) Bereken die geskatte RG van die data in die gegroepeerde frekwensieverspreidingstabel in (b). Toon alle berekeninge.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



- (e) Is die modale klas-interval of die geskatte RG die beste om te gebruik? Motiveer jou antwoord.

---



---

- (3) Bestudeer die onderstaande gegroepeerde frekwensieverspreidingstabel en beantwoord die onderstaande vrae. Die tabel toon 'n opsomming van graad 10C se Wiskunde punte aan. Die klas-intervalle is in terme van persentasie.

Klas-interval	Klas-grense	Klas-middelpunt	F	$C_F$	%
0 – 9			1		
10 – 19			0		
20 – 29			1		
30 – 39			3		
40 – 49			5		
50 – 59			6		
60 – 69			7		
70 – 79			5		
80 – 89			5		
90 – 99			2		
			N =		

- (a) Voltooi die tabel. Die persentasie kolom moet tot die naaste heelgetal afgerond word. Toon alle berekeninge.

---



---



---

- (b) Bereken die geskatte klasgemiddeld vir graad 10C se Wiskunde toets.

---



---



---

- (c) Bepaal hoeveel leerders geslaag het indien die slaagsyfer 40% is.

---

- (d) Bepaal die modale klas-interval: \_\_\_\_\_

- (e) Bespreek die maatstawwe van sentrale neiging.

---



---



---



**D1.5 Stingel-en-blaarvoorstellings:****D1.5.1 Enkel stingel-en-blaarvoorstelling:**

Vb.9 Die lengtes (in cm) van die lede van die skool se koor is as volg:

132	145	142	121	144	176	165	150	132	140
157	172	120	133	167	171	144	149	134	146
151	166	154	134	176	144	154	133	151	135

- Teken 'n stingel-en-blaarvoorstelling van die tabel.
- Bepaal die modus van die data in die tabel.
- Bepaal die mediaan van die data in die tabel.
- Bereken die RG. Toon alle berekeninge.
- Watter van die middelwaardes is die beste om die gemiddelde lengte van die koorlede te bepaal?
- Hoe lank is die langste koorlid?

\*\*\*\*\*

- (a) **Ongeorden:**

	Lengtes van die koorlede:	
Stingel:	Blare:	Frekwensie (F):
12	1 0	2
13	2 2 3 4 4 3 5	7
14	5 2 4 0 4 9 6 4	8
15	0 7 1 4 4 1	6
16	5 7 6	3
17	6 2 1 6	4
	Sleutel: 15 – 7 stel voor 157	30

Indien jy wil, kan jy eers die voorstelling soos hierbo ongeorden doen en dan soos hieronder orden óf jy kan dit dadelik orden en dus dadelik die voorstelling hieronder teken. Die geordende voorstelling kan later nuttig gebruik word om die modus en mediaan te bepaal.

**Georden:**

	Lengtes van die koorlede:	
Stingel:	Blare:	Frekwensie (F):
12	0 1	2
13	2 2 3 3 4 4 5	7
14	0 2 4 4 4 5 6 9	8
15	0 1 1 4 4 7	6
16	5 6 7	3
17	1 2 6 6	4
	Sleutel: 15 – 7 stel voor 157	30

- (b) Modus = 144 ∴ Dit is die telling wat die meeste voorkom.



- (c) Om die mediaan te bereken, moet die middelste telling gevind word. In hierdie geval is daar 30 tellings en sal die middelste telling tussen telling 15 en telling 16 wees.

Telling 15 = 145 en Telling 16 = 146.

$$\therefore \text{Mediaan} = \frac{145 + 146}{2} = \frac{291}{2} = 145,5$$

- (d) Om die RG te bereken kan gebruik gemaak word van 'n tabel soos volg:

Stingel × 10		F		Som van blare		
↓		↓		↓		
120	×	2	+	1	=	241
130	×	7	+	23	=	933
140	×	8	+	34	=	1 154
150	×	6	+	17	=	917
160	×	3	+	18	=	498
170	×	4	+	15	=	695
				Totaal:	=	4 438

$$\therefore \text{RG} = \frac{438}{30} \approx 147,9$$

- (e) Al drie die middelwaardes is baie naby aan mekaar. Daarom is dit dalk hier die beste om die RG te gebruik om die gemiddelde lengte van die koorlede te beskryf.

- (f) Die langste koorlid is 176 cm.

Oefening 3:

Datum: \_\_\_\_\_

- (1) Die aantal geboortes per dag in Gauteng was vir Maart 2002 as volg aangeteken:

385	410	341	390	376	435	431	409	348
411	385	397	388	402	415	390	410	417
385	435	437	342	415	347	438	387	403
410	411	341	400					

- (a) Stel die data voor (op bladsy 20) as 'n stingel-en-blaarvoorstelling. Gee 'n duidelike sleutel.
- (b) Wat is die hoogste aantal geboortes wat per dag in Gauteng aangeteken is vir Maart 2002?
- \_\_\_\_\_
- (c) Wat is die laagste aantal geboortes wat per dag in Gauteng aangeteken is vir Maart 2002?
- \_\_\_\_\_
- (d) Vir hoeveel dae is daar minder as 400 geboortes per dag aangeteken? \_\_\_\_\_
- (e) Bepaal die mediaan en modus van die data.
- \_\_\_\_\_



- (f) Bereken die gemiddelde aantal geboortes wat per dag in Gauteng aangeteken is vir Maart 2002.

---



---

- (g) Watter van die middelwaardes is hier die beste om die gemiddelde aantal geboortes per dag te beskryf. Motiveer.

---



---

- (2) By John se groentestalletjie word pakkies tamaties verkoop. Hy verpak eers die pakkies, weeg elke pakkie en verkoop die tamaties dan vir R7,25 per kg. Nadat hy die dag se pakkies afgeweg het, teken hy die gewigte aan as 'n stingel-en-blaarvoorstelling. Bestudeer die voorstelling en beantwoord die onderstaande vrae:

Gewig (in gram) per pakkie:		
Stingel:	Blare:	Frekwensie (F):
31	0 3 3 6	
32	2 4 4 8 9	
33	3 5 5 5 5 6	
34	0 1 2 4 6 8 9	
35	2 2 5 5 7	
36	5 6 6 6 7 7 8 8	
Sleutel: 33 – 5 stel 335 voor		

- (a) Voltooi die tabel.

(b) Hoeveel pakkies het John in totaal vir die dag verpak? \_\_\_\_\_

(c) Hoeveel weeg: (i) die ligste pakkie tamaties: \_\_\_\_\_

(ii) die swaarste pakkie tamaties: \_\_\_\_\_

- (d) Bereken die gemiddelde gewig van die pakkies.

---



---

- (e) Indien John al die pakkies verkoop het vir die dag, bereken sy totale wins indien hy die tamaties aangekoop het teen R58,20 in totaal.

---



---



---



---



---



- (3) Tydens 'n waarnemingsopdrag moet Sandra die motors tel wat per uur by 'n sekere verkeerslig afdraai. Tydens die drie dae van waarneming het sy die volgende aangeteken:

56	71	64	33	29	11	23	34	34	45	76
54	56	65	74	23	34	16	11	66	45	39
60	54	70	54	68	23	12	26	34	54	68

- (a) Toon die data aan op 'n stingel-en-blaarvoorstelling.


- (b) Bepaal die modus en mediaan van die data.

---



---

- (c) Bepaal die RG vir die data.

---



---

- (d) Watter maatstaf van sentrale neiging is die beste om te bepaal wat die gemiddelde aantal voertuie (per uur) wat verby hierdie punt beweeg het is. Motiveer.

---



---



---

- (e) Indien Sandra die eerste en tweede dag dieselfde aantal ure per dag haar waarneming gedoen het, maar die derde dag net  $\frac{3}{4}$  van die vorige dae se tyd spandeer het aan die waarneming, bereken die aantal ure wat sy per dag aan die waarneming spandeer het.

---



---



---



---



---



---