

Graad 11 – Boek A

(CAPS Uitgawe)

INHOUD:

	<u>Bladsy:</u>
A1. Getalle stelsels en eksponente	3
A2. Algebraïese uitdrukkings, vergelykings en ongelykhede	27
A3. Getalpatrone	103

Hierdie boek is opgestel en verwerk deur E.J. Du Toit in 2008.
Caps uitgawe in 2012.

Kontak nommer: 086 618 3709 (Faks!)

Kopiereg© 2008. Alle kopiereg word voorbehou. Geen deel van hierdie publikasie mag in enige vorm gereproduseer word nie; tensy skriftelike toestemming daarvoor verkry is.

ISBN 978-1-919957-64-7

Hoofstuk A1

Getalstelsels en eksponente

A1.1 Getalstelsels:

Oefening 1:

Datum: _____

(1) Voltooi:

* Natuurlike getalle: $\mathbb{N} =$ _____

* Telgetalle: $\mathbb{N}_0 =$ _____

* Heelgetalle: $\mathbb{Z} =$ _____

* Rasionale getalle: $\mathbb{Q} =$ _____

* Reële getalle: $\mathbb{R} =$ _____

(2) Gee drie voorbeelde van Irrasionale getalle: _____

(3) Beskou: $x(x - 6)(x^2 - 5)(2x^2 + x - 3) = 0$.

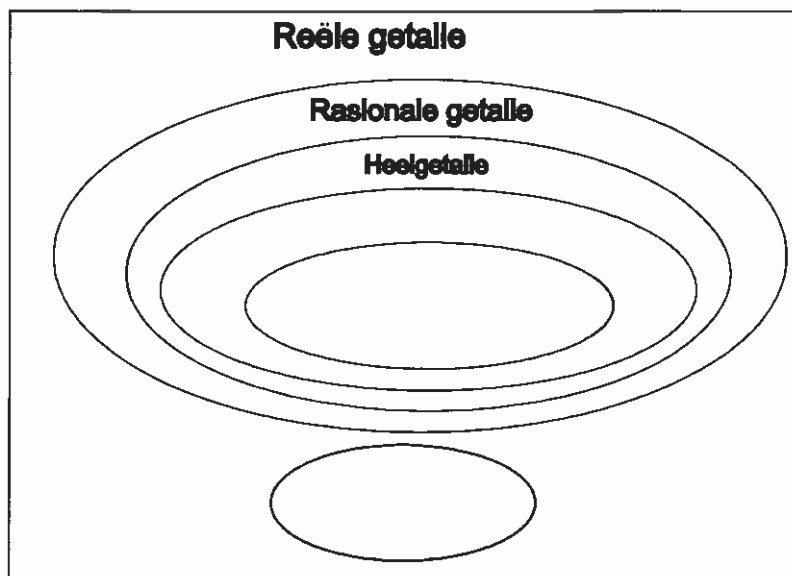
Los op vir x en skryf die waarde(s) van x waarvoor die oplossing van die uitdrukking:

(a) irrasionale wortels het.

(c) heelgetallige wortels het.

(b) natuurlike wortels het.

(4) Voltooi die volgende figuur wat die samestelling van die stelsel reële getalle verteenwoordig:



A1.2 Nie-Reële getalle:

Voorbeelde van nie-reële getalle is: $\sqrt{-2}$: $\sqrt{-9}$ of $\sqrt[3]{-5}$

Maar nie $\sqrt[3]{-8}$ nie, want $-2 \times -2 \times -2 = -8 \therefore \sqrt[3]{-8} = -2$

Oefening 2:

Datum: _____

(1) Bepaal of die volgende getalle reël of nie-reël is. Indien dit reël is, dui aan of die getal rasionaal of irrasionaal sal wees.

(a) 7

(b) $-\sqrt{3}$

(c) π

(d) $\sqrt{-16}$

(e) $0,\dot{3}$

(f) $\frac{12}{36}$

(g) $\sqrt[3]{-125}$

(h) $1 + \sqrt{9}$

(i) $\sqrt{(-2)^3}$

(j) 0

(2) Sê of die volgende bewerings waar of vals is:

(a) Die produk van twee heelgetalle is altyd weer 'n heelgetal. _____

(b) Die produk van twee irrasionale getalle is altyd weer 'n irrasionale getal. _____

(c) As m 'n natuurlike getal is, dan sal $\sqrt{4}m$ ook 'n natuurlike getal wees. _____

(d) Die verskil tussen twee rasionale getalle is altyd weer 'n rasionale getal. _____

(e) Die kwosiënt van 'n rasionale getal en 'n irrasionale getal is altyd rasionaal. _____

(3) Vir watter waardes van x is die volgende bewerings: (i) ongedefinieerd (ii) nie-reël

(a) $\frac{x+3}{x}$: _____

(b) $\sqrt{x-1}$: _____

(c) $\frac{\sqrt{x}}{x+2}$: _____

(4) Gegee: $P = \sqrt[3]{3y} - 1$. Tot watter van die volgende getalgestelsel(s) sal P behoort indien:

[Getalgestelsels: \mathbb{N} ; \mathbb{N}_0 ; \mathbb{Z} ; \mathbb{Q} ; \mathbb{Q}' ; \mathbb{R} of \mathbb{R}']

(a) $y = \frac{1}{3}$

(b) $y = -1$

(c) $y = 5$

A1.3 Voorstelling van die reële getalle:

Soos reeds gesien in die vorige grade, kan die reële getalle op een van die volgende maniere voorgestel word:

(a) Intervalnotasie

(b) Op 'n getallelyn.

(c) As ongelykhede in versameling keurdernotasie. Onthou die volgende simbole:

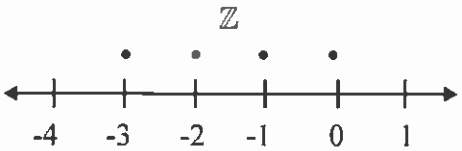
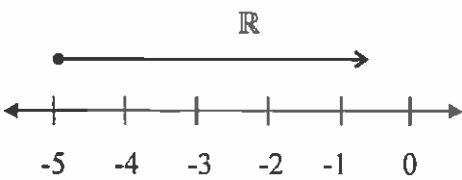
\cup → die vereniging van twee of meer intervale of versamelings.

\cap → die snyding tussen twee of meer intervale of versamelings.

Oefening 3:

Datum: _____

Voltooi die volgende tabel:

	Versamelingskeurdernotasie:	Intervalnotasie:	Getallelyn:
(1)	$\{x / -1 < x \leq 2 ; x \in \mathbb{R}\}$		
(2)		$x \in [-2 ; 5]$	
(3)		$y \in (-\infty ; 3]$	
(4)			 <p style="text-align: center;">\mathbb{Z}</p> <p>A number line with arrows at both ends, labeled with integers from -4 to 1. Four solid dots are placed above the tick marks for -3, -2, -1, and 0.</p>
(5)	$\{y / y \geq 3 ; y \in \mathbb{N}\}$		
(6)		$m \in (0 ; 4]$	
(7)			 <p style="text-align: center;">\mathbb{R}</p> <p>A number line with arrows at both ends, labeled with integers from -5 to 0. A solid dot is placed at -4, and a horizontal line with an arrow pointing to the right extends from -4 to 0.</p>
(8)	$\{m : m \leq 6 ; m \in \mathbb{R}\}$		
(9)	$\{x / -1 < x < 2 ; x \in \mathbb{Z}\}$		
(10)		$x \in (-1 ; \infty)$	

☺ (1) Gee 'n sinoniem vir "nie-reële getalle": _____

(2) Doen navorsing oor komplekse getalle en gee twee voorbeelde van komplekse getalle:

A1.4 Eksponente en wortelvorme:

A1.4.1 Eksponente:

Basiese eksponentwette en eienskappe:

$$(1) x^m \times x^n = x^{m+n}$$

$$(2) x^m \div x^n = x^{m-n}$$

$$(3) (x^m)^n = x^{mn}$$

$$(4) (xy)^m = x^m y^m \quad \text{of} \quad \left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m}$$

$$(5) x^0 = 1$$

$$(6) x^{-m} = \frac{1}{x^m}$$

$$(7) x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} \quad (m, n \in \mathbb{Z} \text{ en } n > 0 \text{ met } n \neq 1)$$

Vb.1 Vereenvoudig en skryf jou antwoord as 'n positiewe eksponent:

$$(a) \frac{(x^3 \cdot y^{-2})^2}{x^3 (xy)^3} = \frac{x^6 \cdot y^{-4}}{x^3 \cdot x^3 \cdot y^3} = \frac{x^6 \cdot y^{-4}}{x^6 \cdot y^3} = x^{6-6} \cdot y^{-4-3} = x^0 \cdot y^{-7} = \frac{x^0}{y^7} = \frac{1}{y^7}$$

$$(b) \sqrt{x} \times x^{\frac{1}{3}} \div x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{1}{3}} \div x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}} = x^{\frac{6+4-3}{12}} = x^{\frac{7}{12}}$$

$$(c) \frac{25^{n+1} \cdot 10^n}{8^{n-1} \cdot 5^{3n} \cdot (2^{-1})^{2n}} = \frac{(5^2)^{n+1} \cdot (2 \times 5)^n}{(2^3)^{n-1} \cdot 5^{3n} \cdot 2^{-2n}}$$

$$= \frac{5^{2n+2} \cdot 2^n \cdot 5^n}{2^{3n-3} \cdot 5^{3n} \cdot 2^{-2n}} = \frac{5^{3n+2} \cdot 2^n}{2^{n-3} \cdot 5^{3n}}$$

$$= 5^{3n+2-3n} \cdot 2^{n-m-3n} = 5^2 \cdot 2^{n-n+3} = \underline{5^2 \cdot 2^3} = \underline{200}$$

$$(d) \frac{2^x - 2^{x+1}}{2^{x-1} + 2^x}$$

$$= \frac{2^x - 2^x \cdot 2^1}{2^x \cdot 2^{-1} + 2^x}$$

$$= \frac{2^x (1 - 2^1)}{2^x (2^{-1} + 1)} = \frac{1 - 2}{\frac{1}{2} + 1} = -1 \div \left(\frac{1+2}{2}\right) = -1 \div \frac{3}{2} = -1 \times \frac{2}{3} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}}$$

$$(e) \frac{x - x^{\frac{1}{2}} - 6}{x - 4} = \frac{\left(x^{\frac{1}{2}} - 3\right) \left(\cancel{x^{\frac{1}{2}} + 2}\right)}{\left(x^{\frac{1}{2}} - 2\right) \left(\cancel{x^{\frac{1}{2}} + 2}\right)} = \frac{\left(x^{\frac{1}{2}} - 3\right)}{\left(x^{\frac{1}{2}} - 2\right)}$$

Oefening 4:

Datum: _____

Vereenvoudig, sonder 'n sakrekenaar: (Skryf antwoorde as positiewe eksponente!)

(1) $(125x^6)^{\frac{1}{3}}$

(2) $(x^{\frac{1}{2}} - 2)^2$

(3) $\sqrt[3]{-8x^9y^{-3}}$

(4) $3y^{\frac{1}{2}} \div (3y)^{-\frac{1}{2}}$

(5) $(0.25m^{\frac{1}{4}})^2$

(6) $(x^{\frac{1}{2}} + 4)(x^{\frac{1}{4}} - 2)(x^{\frac{1}{4}} + 2)$

(7) $\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{x^3}}{x^{\frac{1}{3}}}$

(8) $\left(\frac{-12x^4y^3z}{-3x^2z^3}\right)^{\frac{1}{2}}$

(9) $\frac{m^{-2} - 3}{m^{-3} - 3m^{-1}}$

(10) $\frac{(9x^{\frac{2}{3}}y^{-4})^{-\frac{3}{2}}}{3xy}$

$$(11) \quad \frac{(x+y)^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}$$

$$(12) \quad \frac{2^{2n} - 3 \cdot 2^n + 2}{2^n - 2}$$

$$(13) \quad \left(m^{\frac{2}{3}} + n^{\frac{1}{3}}\right)^2$$

$$(14) \quad \left(a^{\frac{1}{3}} - 5\right)\left(5 + a^{\frac{1}{3}}\right)$$

$$(15) \quad \sqrt[3]{(0,125)^{-2}} + (125^2)^{\frac{1}{3}}$$

$$(16) \quad \frac{12^{n+1} \cdot 9^{n-2}}{18^{2n-1} \cdot 3^{-n}}$$

$$(17) \quad \frac{5^{n+1} \cdot 25^{n-1}}{125^{n-2}}$$

$$(18) \quad \frac{3^{2n} - 9^{n+1}}{3^{2n}}$$

$$(19) \quad \frac{3 \times 2^x + 2^{x+1}}{5 \times 2^x}$$

$$(20) \quad \frac{3^2 \cdot 5^0 \cdot 4^{n-1}}{2^{2n+1} - 2^{2n}}$$

$$(21) \quad \frac{3^{-2x} \cdot 36^{x+1} \cdot 3}{4^{x-1} \cdot (0,5)^2}$$

$$(22) \quad \frac{5 \cdot 5^{j-1} + 5^{2j} \cdot 5^j}{3 \cdot 5^{3j} - 5^{1-j}}$$

A1.4.2 Wortelvormen:

Onthou: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ ($m, n \in \mathbb{Z}$ en $n \geq 2$)

Vb.2 Vereenvoudig: (a) $3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = \underline{10\sqrt{2}}$

$$(b) \quad \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = \underline{4}$$

$$(c) \quad (\sqrt{3} + 1)^2 = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 + 1\sqrt{3} + 1\sqrt{3} + 1 \\ = \underline{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned}
 (d) \quad & \sqrt{18} + \sqrt{50} - 2\sqrt{8} \\
 &= \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{25 \times 2} - 2\sqrt{4 \times 2} \\
 &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} + \sqrt{25} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{4} \times \sqrt{2} \\
 &= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2 \times 2\sqrt{2} \\
 &= 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\
 &= \underline{4\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

Vb.3 Rasionaliseer die noemer: $\frac{2 + \sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 + \sqrt{8}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{2 \times \sqrt{2} + \sqrt{8} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\
 &= \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{16}}{\sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{2} + 4}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} + \frac{4}{2} = \underline{\sqrt{2} + 2}
 \end{aligned}$$

Oefening 5:

Datum: _____

(1) Vereenvoudig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

(a) $(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)$ (b) $\sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$ (c) $(\sqrt{8} - 2^{\frac{1}{2}})^2$

(d) $\sqrt[3]{27x^6} + \sqrt[3]{32x^{10}}$

(e) $(4\sqrt{2} - 3)^2$

(f) $m \times \sqrt{27m^6} - \sqrt{12m^8}$

(g) $\sqrt{3} (\sqrt{48} - 3\sqrt{75} + 2\sqrt{108})$

(h) $\frac{\sqrt{18} - \sqrt{98}}{\sqrt{200}}$

(i) $\frac{\sqrt{\sqrt{64}} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{27}}$

(j) $\frac{(2 + \sqrt{3})(4 - \sqrt{3})}{\sqrt{100} + \sqrt{48}}$

(k) $\frac{\sqrt[3]{27x^6} + \sqrt[4]{16x^8}}{\sqrt[3]{125x^{27}}}$
